

หนังสือเรียนสาระความรู้พื้นฐาน

รายวิชา คณิตศาสตร์

(พค21001)

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

หลักสูตรการศึกษานอกระบบระดับการศึกษามัธยมศึกษา

พุทธศักราช 2551



สำนักงานส่งเสริมการศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัย

สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

กระทรวงศึกษาธิการ

ห้ามจำหน่าย

หนังสือเรียนเล่มนี้จัดพิมพ์ด้วยเงินงบประมาณแผ่นดินเพื่อการศึกษาตลอดชีวิตสำหรับประชาชน
ลิขสิทธิ์เป็นของ สำนักงาน กศน. สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

หนังสือเรียนสาระความรู้พื้นฐาน

รายวิชา คณิตศาสตร์ (พค21001)

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ลิขสิทธิ์เป็นของ สำนักงาน กศน. สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

เอกสารทางวิชาการลำดับที่ 11/2554

คำนำ

สำนักงานส่งเสริมการศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัย ได้ดำเนินการจัดทำหนังสือเรียน ชุดใหม่นี้ขึ้น เพื่อสำหรับการเรียนการสอนตามหลักสูตรการศึกษานอกระบบระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่มีวัตถุประสงค์ในการพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณธรรม จริยธรรม มีสติปัญญาและศักยภาพในการประกอบอาชีพ การศึกษาต่อ และสามารถดำรงชีวิตอยู่ในครอบครัว ชุมชน สังคมได้อย่างมีความสุข โดยผู้เรียนสามารถนำหนังสือเรียนไปใช้ ด้วยวิธีการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง ปฏิบัติกิจกรรมรวมทั้งแบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความรู้ความเข้าใจในสาระเนื้อหา โดยเมื่อศึกษาแล้วยังไม่เข้าใจ สามารถกลับไปศึกษาใหม่ได้ ผู้เรียนอาจจะสามารถเพิ่มพูนความรู้หลังจากศึกษาหนังสือเรียนนี้ โดยนำความรู้ไปแลกเปลี่ยนกับเพื่อนในชั้นเรียน ศึกษาจากภูมิปัญญาท้องถิ่น จากแหล่งเรียนรู้และจากสื่ออื่นๆ

ในการดำเนินการจัดทำหนังสือเรียนตามหลักสูตรการศึกษานอกระบบระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้รับความร่วมมือที่ดีจากผู้ทรงคุณวุฒิและผู้เกี่ยวข้องหลายท่านที่ค้นคว้าและเรียบเรียงเนื้อหาสาระจากสื่อต่างๆ เพื่อให้ได้สื่อที่สอดคล้องกับหลักสูตร และเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนที่อยู่นอกระบบอย่างแท้จริง สำนักงานส่งเสริมการศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัย ขอขอบคุณคณะที่ปรึกษา คณะผู้เรียบเรียง ตลอดจนคณะผู้จัดทำทุกท่านที่ได้ให้ความร่วมมือด้วยดีไว้ ณ โอกาสนี้

สำนักงานส่งเสริมการศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัย หวังว่าหนังสือเรียนชุดนี้จะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอนตามสมควร หากมีข้อเสนอแนะประการใด สำนักงานส่งเสริมการศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัย ขอน้อมรับไว้ด้วยความขอบคุณยิ่ง

สำนักงาน กศน.

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ	1
บทที่ 2 เศษส่วนและทศนิยม	18
บทที่ 3 เลขยกกำลัง	46
บทที่ 4 อัตราส่วนและร้อยละ	58
บทที่ 5 การวัด	75
บทที่ 6 ปริมาตรและพื้นที่ผิว	105
บทที่ 7 คู่อันดับและกราฟ	127
บทที่ 8 ความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	136
บทที่ 9 สถิติ	149
บทที่ 10 ความน่าจะเป็น	180
เฉลย บทที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ	191
เฉลย บทที่ 2 เศษส่วนและทศนิยม	199
เฉลย บทที่ 3 เลขยกกำลัง	213
เฉลย บทที่ 4 อัตราส่วนและร้อยละ	216
เฉลย บทที่ 5 การวัด	222
เฉลย บทที่ 6 ปริมาตรและพื้นที่ผิว	233
เฉลย บทที่ 7 คู่อันดับและกราฟ	242
เฉลย บทที่ 8 ความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	245
เฉลย บทที่ 9 สถิติ	251
เฉลย บทที่ 10 ความน่าจะเป็น	260

คำแนะนำการใช้แบบเรียน

หนังสือเรียนสาระความรู้พื้นฐาน รายวิชา คณิตศาสตร์ พค 21001 ระดับมัธยมศึกษา
ตอนต้น เป็นหนังสือเรียนที่จัดทำขึ้น สำหรับผู้เรียนที่เป็นนักเรียนนอกกระบบ ในการศึกษา
หนังสือเรียนสาระความรู้พื้นฐาน รายวิชา คณิตศาสตร์ ผู้เรียนควรปฏิบัติดังนี้

1. ศึกษาโครงสร้างรายวิชาให้เข้าใจในหัวข้อสาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และขอบข่ายเนื้อหา
2. ศึกษารายละเอียดเนื้อหาของแต่ละบทอย่างละเอียด และทำกิจกรรมตามที่กำหนด แล้วตรวจสอบกับแนวตอบกิจกรรมที่กำหนด ถ้าผู้เรียนตอบผิดควรกลับไปศึกษาและทำความเข้าใจในเนื้อหานั้นใหม่ให้เข้าใจก่อนที่จะศึกษาเรื่องต่อไป
3. ปฏิบัติกิจกรรมท้ายเรื่องของแต่ละเรื่อง เพื่อเป็นการสรุปความรู้ความเข้าใจของเนื้อหาในเรื่องนั้นๆ อีกครั้ง และการปฏิบัติกิจกรรมของแต่ละเนื้อหาในแต่ละเรื่อง ผู้เรียนสามารถนำไปตรวจสอบกับครูและเพื่อนๆ ที่ร่วมเรียนในรายวิชา และระดับเดียวกันได้
4. แบบเรียนเล่มนี้มี 10 บท
 - บทที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ
 - บทที่ 2 เศษส่วนและทศนิยม
 - บทที่ 3 เลขยกกำลัง
 - บทที่ 4 อัตราส่วนและร้อยละ
 - บทที่ 5 การวัด
 - บทที่ 6 ปริมาตรและพื้นที่ผิว
 - บทที่ 7 คู่อันดับและกราฟ
 - บทที่ 8 ความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
 - บทที่ 9 สถิติ
 - บทที่ 10 ความน่าจะเป็น

โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

สาระสำคัญ

ให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ เศษส่วน และทศนิยม เลขยกกำลัง อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ การวัด ปริมาตรและพื้นที่ผิว คู่อันดับและกราฟ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สถิติ และความน่าจะเป็น

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- ระบุหรือยกตัวอย่างเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ เศษส่วนและทศนิยม เลขยกกำลังอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ การวัด การหาปริมาตรและพื้นที่ผิว คู่อันดับและกราฟ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ สามมิติ สถิติ และความน่าจะเป็น
- สามารถคิดคำนวณและแก้ปัญหาโจทย์ที่ใช้ในชีวิตประจำวัน

ขอบข่ายเนื้อหา

- บทที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ
- บทที่ 2 เศษส่วนและทศนิยม
- บทที่ 3 เลขยกกำลัง
- บทที่ 4 อัตราส่วนและร้อยละ
- บทที่ 5 การวัด
- บทที่ 6 ปริมาตรและพื้นที่ผิว
- บทที่ 7 คู่อันดับและกราฟ
- บทที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- บทที่ 9 สถิติ
- บทที่ 10 ความน่าจะเป็น

สื่อการเรียนรู้

- ใบงาน
- หนังสือเรียน

บทที่ 1

จำนวนและการดำเนินการ

สาระสำคัญ

เรื่องของจำนวนและการดำเนินการ เป็นหลักการเบื้องต้นที่เป็นพื้นฐานในการนำไปใช้ใน
ชีวิตจริงเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ การบวก การลบ การคูณ และการหาร

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

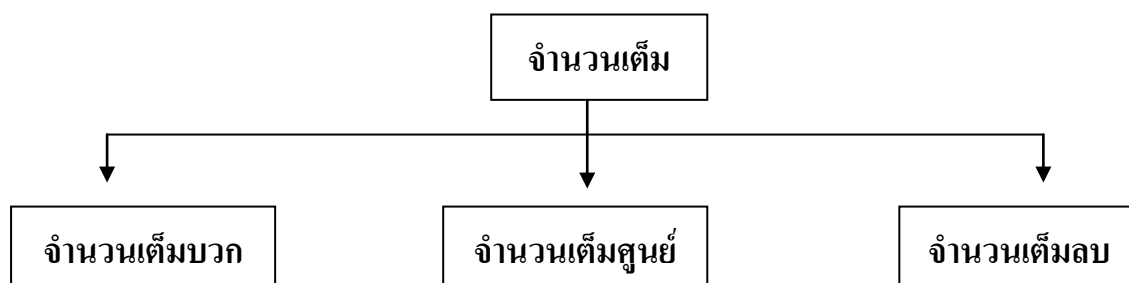
1. ระบุนหรือยกตัวอย่างจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์ได้
2. เปรียบเทียบจำนวนเต็มได้
3. บวก ลบ คูณ หาร จำนวนเต็ม และอธิบายผลที่เกิดขึ้นได้
4. บอกสมบัติของจำนวนเต็มและนำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของจำนวนเต็มไปใช้ได้

ขอบข่ายเนื้อหา

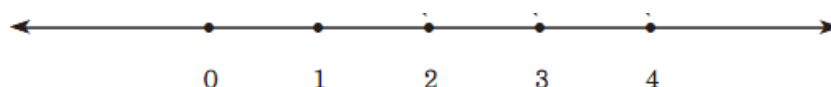
- เรื่องที่ 1 จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์
- เรื่องที่ 2 การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม
- เรื่องที่ 3 การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเต็ม
- เรื่องที่ 4 สมบัติของจำนวนเต็มและการนำไปใช้

เรื่องที่ 1 จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์

จำนวนเต็มประกอบไปด้วย จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มศูนย์ ดังโครงสร้างต่อไปนี้



จำนวนเต็มบวก คือ จำนวนนับ เป็นจำนวนชนิดแรกที่มนุษย์รู้จัก มีค่ามากกว่าศูนย์ จำนวนนับจำนวนแรก คือ 1 จำนวนที่อยู่ถัดไปจะเพิ่มขึ้นทีละ 1 เสมอ เห็นว่าไม่สามารถหาจำนวนนับที่มากที่สุด และสามารถเขียนจำนวนนับ เรียงตามลำดับได้ดังนี้ 1, 2, 3,... ไปเรื่อยๆ จำนวนนับเหล่านี้อาจเรียกได้ว่า “จำนวนเต็มบวก” ถ้านำจำนวน 0 และจำนวนเต็มบวกมาเขียนแสดงด้วยเส้นจำนวนได้ ดังนี้

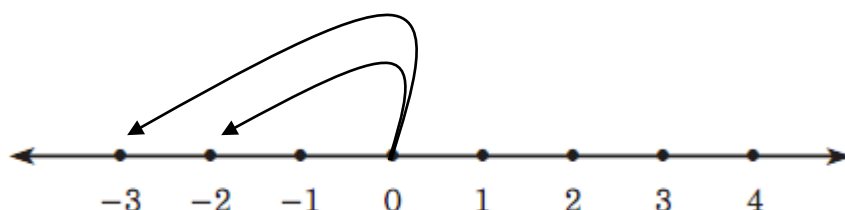


จำนวนเต็มศูนย์ มีจำนวนเดียว คือ ศูนย์(0)

สำหรับ 0 ไม่เป็นจำนวนนับ เพราะจะไม่กล่าวว่ามีผู้เรียนจำนวน 0 คน แต่ศูนย์ก็ไม่ได้หมายความว่า ไม่มีเสมอไป เช่น เมื่อกล่าวถึงอุณหภูมิ เพราะทำให้เราทราบและเกิดความรู้สึกขณะอุณหภูมิ 0 องศาเซลเซียสได้

จำนวนเต็มลบ หมายถึงจำนวนที่ตรงข้ามกับจำนวนเต็มบวก มีค่าน้อยกว่าศูนย์ (0) มีค่าลดลงเรื่อยๆ ไม่มีที่สิ้นสุด เช่น -1, -2, -3,

พิจารณาจากเส้นจำนวน จะเห็นว่าจำนวนที่อยู่ทางซ้ายของ 0 เป็นระยะทาง 1 หน่วย เขียนแทนด้วย -1 อ่านว่า ลบหนึ่ง



จากจำนวนที่อยู่ทางซ้ายของ 0 สองช่อง เขียนแทนด้วย -2 อ่านว่า ลบสอง ถ้าอยู่ทางซ้ายของ 0 สามช่อง เขียนแทนด้วย -3 อ่านว่า ลบสาม

เรื่องที่ 2 การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม

จำนวนเต็ม 2 จำนวน เมื่อนำมาเปรียบเทียบกันจะได้ว่า จำนวนหนึ่งที่มีมากกว่าจำนวนหนึ่ง หรือจำนวนหนึ่งที่มีน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่ง หรือจำนวนทั้ง 2 จำนวนเท่ากัน เพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง เท่านั้น

ถ้า a, b, c เป็น จำนวนธรรมชาติใดๆ แล้ว

$$a - b = c \quad \text{แล้ว } a \text{ มากกว่า } b$$

$$a - b = -c \quad \text{แล้ว } b \text{ มากกว่า } a$$

หรือ a น้อยกว่า b

$$a - b = 0 \quad \text{แล้ว } a \text{ เท่ากับ } b$$

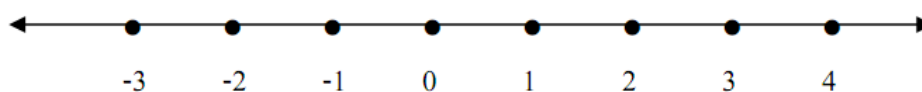
เครื่องหมายที่ใช้

$>$ แทนมากกว่า

$<$ แทนน้อยกว่า

$=$ แทนเท่ากับ หรือเท่ากัน

การเปรียบเทียบจำนวนเต็มสามารถเปรียบเทียบจากเส้นจำนวนได้ดังนี้



จากเส้นจำนวนจะเห็นว่า $4 > 3 > 2 > 1 > 0 > -1 > -2 > -3$ ซึ่งจะเห็นได้ว่า จำนวนที่อยู่บนเส้นจำนวนด้านขวามีค่ามากกว่าจำนวนที่อยู่ด้านซ้ายเสมอ

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเลือกจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มจากจำนวนต่อไปนี้

- $1, \frac{4}{2}, 0, -3, \frac{500}{1000}, -\frac{500}{250}$

จำนวนเต็มบวก ประกอบด้วย.....

จำนวนเต็มลบ ประกอบด้วย.....

จำนวนเต็ม ประกอบด้วย.....

2. จงเติมเครื่องหมาย < หรือ > เพื่อให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

1) $-4 \dots\dots\dots 3$

2) $-4 \dots\dots\dots -3$

3) $-2 \dots\dots\dots -5$

4) $4 \dots\dots\dots -2$

5) $4 \dots\dots\dots -8$

3. จงเรียงลำดับจำนวนเต็มจากน้อยไปหามาก

1) $-2, -8, -4, -15, -20, -7$

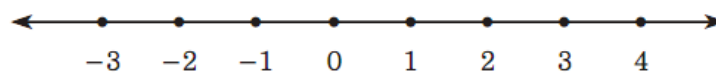
.....

2) $4, -8, 0, -2, 16, -17$

.....

2.1 จำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็ม

ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ จำนวนตรงข้ามของ a มีเพียงจำนวนเดียว เขียนแทนด้วย $-a$



พิจารณาจากเส้นจำนวน

จำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบจะอยู่คนละข้างของศูนย์ (0) และอยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะเท่ากัน เช่น -3 กับ 3 เป็นจำนวนตรงข้ามกัน

ซึ่งสรุปได้ว่า

สำหรับจำนวนเต็ม a ใดๆ	จำนวนตรงข้ามของ a คือ $-a$
	และจำนวนตรงข้ามของ $-a$ คือ $-(-a)$
เนื่องจากจำนวนตรงข้ามของ $(-a)$	เขียนแทนด้วย $-(-a)$
	ดังนั้น $-(-a) = a$
เช่น จำนวนตรงข้ามของ (-3)	เขียนแทนด้วย $-(-3)$ คือ 3

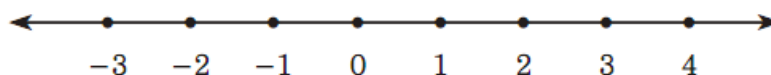
2.2 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม

สัญลักษณ์ของค่าสัมบูรณ์ ได้แก่ $||$

ข้อสังเกต เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ

$$|a| = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } a = 0 \\ -a & \text{เมื่อ } a < 0 \end{cases}$$

พิจารณาจากเส้นจำนวนจะเห็นว่า



ค่าสัมบูรณ์ของ 2 เท่ากับ 2 เขียนในรูปสัญลักษณ์ $|2| = 2$

ค่าสัมบูรณ์ของ -2 เท่ากับ 2 เขียนในรูปสัญลักษณ์ $|-2| = 2$

ซึ่งสรุปได้ว่าค่าสัมบูรณ์ของจำนวนใดๆ เท่ากับระยะทางที่จำนวนนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงเติมคำว่า “มากกว่า” หรือ “น้อยกว่า” หรือ “เท่ากับ”

- 1) ค่าสัมบูรณ์ของ (-3) ค่าสัมบูรณ์ของ 3
- 2) จำนวนตรงข้ามของ (-4) จำนวนตรงข้ามของ 4
- 3) จำนวนตรงข้ามของ 5 จำนวนตรงข้ามของ -5
- 4) ค่าสัมบูรณ์ของ A ค่าสัมบูรณ์ของ $(-A)$ เมื่อ A เป็นจำนวนใดๆ
- 5) จำนวนตรงข้ามของ A จำนวนตรงข้ามของ $(-A)$ เมื่อ A เป็นจำนวนใดๆ

2. จงเติมเครื่องหมาย $<$, $>$ หรือ $=$ ลงในช่องว่าง

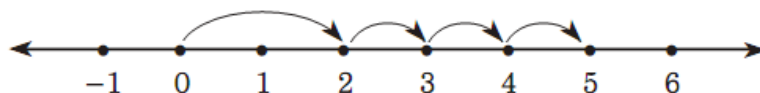
- 1) $-(-5)$ 5
- 2) จำนวนตรงข้ามของ 8 8
- 3) จำนวนตรงข้ามของ (-8) (-8)
- 4) $|-25|$ $|-25|$
- 5) $|-20|$ (-20)
- 6) $|-25|$ $|-5|$
- 7) จำนวนตรงข้ามของ (-2) จำนวนตรงข้ามของ (-7)
- 8) จำนวนตรงข้ามของ 32 จำนวนตรงข้ามของ 77

เรื่องที่ 3 การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเต็ม

3.1 การบวกจำนวนเต็ม

1). การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก

หาผลบวกด้วยการนำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก เช่น $2 + 3 = 5$



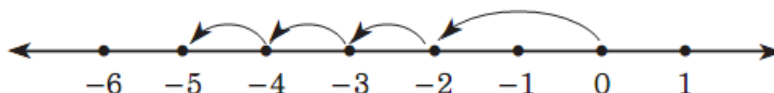
พิจารณาจากเส้นจำนวน

เริ่มต้นที่ 0 นับไปทางขวา 2 ช่อง และนับเพิ่มไปทางขวาอีก 3 ช่อง จะสิ้นสุดที่ 5
จะได้ 5 เป็นผลบวกของ 2 กับ 3

2). การบวกจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ

หาผลบวกด้วยการนำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ เช่น

$$(-2) + (-3) = (-5)$$



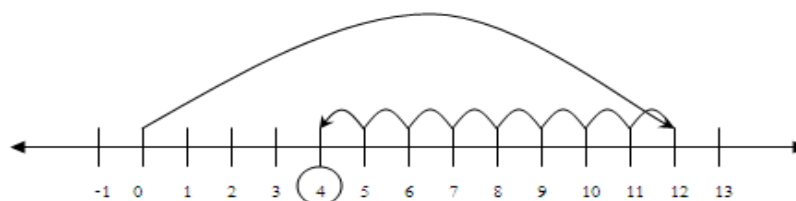
พิจารณาจากเส้นจำนวน

เริ่มต้นที่ 0 นับไปทางซ้าย 2 ช่อง และนับเพิ่มไปทางซ้ายอีก 3 ช่อง จะสิ้นสุดที่ -5
จะได้ -5 เป็นผลบวกของ -2 กับ -3

3). การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ

3.1 กรณีที่จำนวนเต็มบวกมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

หาผลบวกด้วยการนำค่าสัมบูรณ์มาลบกันแล้วผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก เช่น $12 + (-8) = 4$



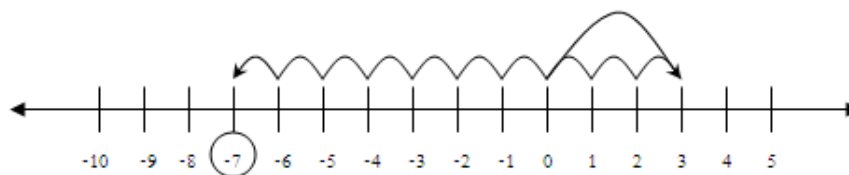
พิจารณาจากเส้นจำนวน

เริ่มต้นที่ 0 นับไปทางขวา 12 ช่อง เมื่อบวกด้วย -8 ให้นับลดไปทางซ้ายอีก 8 ช่อง
จะสิ้นสุดที่ 4

จะได้ 4 เป็นผลบวกของ 12 กับ -8

3.2 กรณีที่จำนวนเต็มลบมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

หาผลบวกด้วยการนำค่าสัมบูรณ์มาลบกันแล้วผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มลบ เช่น $3 + (-10) = -7$



พิจารณาจากเส้นจำนวน

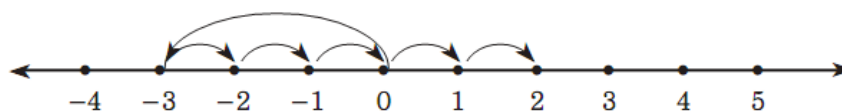
เริ่มต้นที่ 0 นับไปทางขวา 3 ช่อง เมื่อบวกด้วย -10 ให้นับลดยังอีก 10 ช่อง
จะสิ้นสุดที่ -7

จะได้ -7 เป็นผลบวกของ 3 กับ -10

4. การบวกจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก

4.1 กรณีที่จำนวนเต็มบวกมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

หาผลบวกด้วยการนำค่าสัมบูรณ์มาลบกันแล้วผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก เช่น $(-3) + 5 = 2$



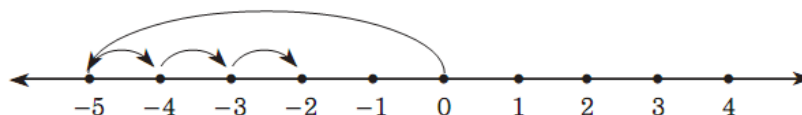
พิจารณาจากเส้นจำนวน

เริ่มต้นที่ 0 นับไปทางซ้าย 3 ช่อง เมื่อบวกด้วย 5 ให้นับเพิ่มไปทางขวาอีก 5 ช่อง
จะสิ้นสุดที่ 2

จะได้ 2 เป็นผลบวกของ -3 กับ 3

4.2 กรณีจำนวนเต็มลบมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

หาผลบวกด้วยการนำค่าสัมบูรณ์มาลบกันแล้วผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มลบ เช่น $(-5) + 3 = -2$



พิจารณาจากเส้นจำนวน

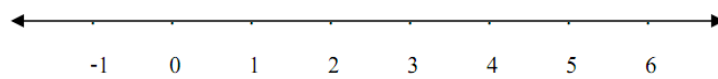
เริ่มต้นที่ 0 นับไปทางซ้าย 5 ช่อง เมื่อบวกด้วย 3 ให้นับเพิ่มไปทางขวาอีก 3 ช่อง
จะสิ้นสุดที่ -2

จะได้ -2 เป็นผลบวกของ -5 กับ 3

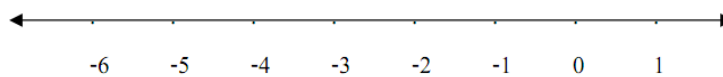
แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงแสดงการหาผลบวกของสองจำนวนที่กำหนดให้ โดยใช้เส้นจำนวน

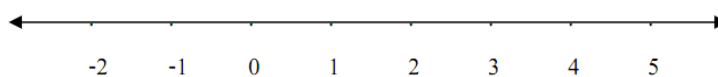
1. $3+2$



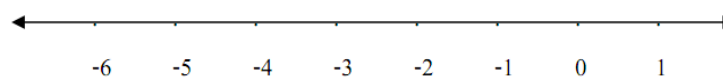
2. $(-3)+(-2)$



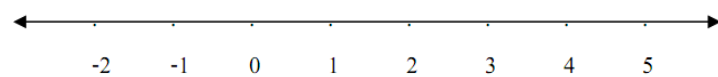
3. $2+1$



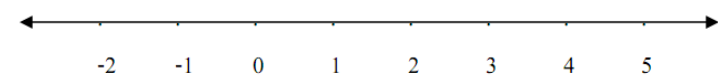
4. $(-2)+(-1)$



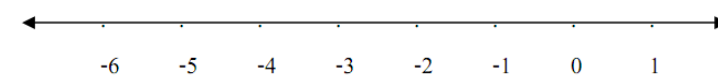
5. $5+(-1)$



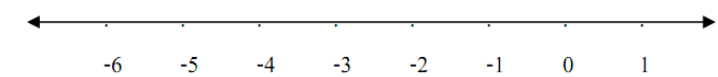
6. $(-1)+5$



7. $(-5)+3$



8. $3+(-5)$



2. จากผลการบวกโดยใช้เส้นจำนวน จงเติมคำตอบต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

ประโยคแสดงผลบวกของ $a+b$	ค่าสัมบูรณ์ของ a	ค่าสัมบูรณ์ของ b	ค่าสัมบูรณ์ของ $(a+b)$	ผลบวกของ $ a $ กับ $ b $ เท่ากันหรือไม่กับ $ a+b $
1. $3+2=5$	3	2	5	เท่ากัน
2. $(-3)+(-2)=-5$				
3. $2+1=3$				
4. $(-2)+(-1)=-3$				
5. $5+(-1)=4$				
6. $(-1)+5=4$				
7. $(-5)+3=-2$				
8. $3+(-5)=-2$				

สรุป หลักการบวกจำนวนเต็ม

- การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก
- การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ
- การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ ที่จำนวนเต็มบวกมีค่าสัมบูรณ์มากกว่าให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก
- การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ ที่จำนวนเต็มลบมีค่าสัมบูรณ์มากกว่าให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วคำตอบเป็นจำนวนเต็มลบ
- การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน ผลบวกเป็น 0

3.2 การลบจำนวนเต็ม

ทบทวนจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มดังต่อไปนี้

จำนวนตรงข้ามของ 3 คือ -3

จำนวนตรงข้ามของ -3 คือ 3 และ $3+(-3)=0$

จำนวนตรงข้ามของ -3 เขียนแทนด้วย $-(-3)$ ดังนั้น $-(-3)=3$

พิจารณาการลบจำนวนเต็มสองจำนวนที่กำหนดให้ดังนี้

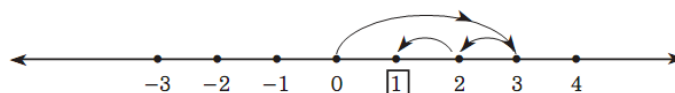
1. $3 - 2$

2. $3 - 5$

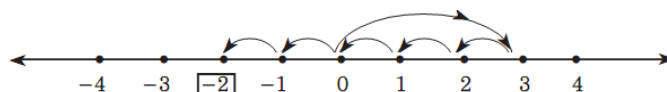
โดยพิจารณาทั้งสองแบบ

1. แสดงการหาผลลบของสองจำนวนที่กำหนดให้ โดยใช้เส้นจำนวน

1). $3 - 2 = 1$



2). $3 - 5 = -2$



2. แสดงการหาผลลบโดย กำหนดให้ $-b$ แทนจำนวนตรงข้ามของ b แล้วพิจารณาค่าของ $a + (-b)$

ประโยคแสดงผลลัพธ์ของ $a - b$	a	b	$(-b)$	ประโยคแสดงผลลัพธ์ของ $a + (-b)$
1). $3 - 2 = 1$	3	2	(-2)	$3 + (-2) = 1$
2). $3 - 5 = -2$	3	5	(-5)	$3 + (-5) = -2$

จากการลบจำนวนเต็มสองจำนวนทั้ง 2 แบบจะเห็นว่า

กำหนด $(-b)$ เป็นจำนวนตรงข้ามของ b

ผลลัพธ์ของ $a - b$ และผลลัพธ์ของ $a + (-b)$ มีค่าเท่ากัน

ดังนั้น การลบจำนวนเต็ม เราอาศัยการบวกตามข้อตกลงดังต่อไปนี้

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

นั่นคือ เมื่อ a และ b แทนจำนวนใดๆ

$$a - b = a + \text{จำนวนตรงข้ามของ } b$$

$$\text{หรือ } a - b = a + (-b)$$

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $(-12) - 7$

.....

.....

2. $7 - (-12)$

.....

.....

3. $(-8) - (-5)$

.....

.....

4. $(-5) - (-8)$

.....

.....

5. $[8 - (-2)] - 6$

.....

.....

6. $8 - [(-2) - 6]$

.....

.....

2. จงหาค่าของ $a - b$ และ $b - a$ เมื่อกำหนด a และ b ดังต่อไปนี้

1. $a = 5, b = (-3)$

.....

.....

2. $a = (-14), b = (-6)$

.....

.....

3. $a = (-4), b = (-4)$

.....

.....

3.3 การคูณจำนวนเต็ม

1) การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก

$$\text{เช่น } 3 \times 5 = 5 + 5 + 5$$

$$= 15$$

$$7 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$

$$= 28$$

การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวกนั้น ได้คำตอบเป็นจำนวนเต็ม**บวก**ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

2) การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ

$$\text{เช่น } 3 \times (-8) = (-8) + (-8) + (-8)$$

$$= -24$$

$$2 \times (-7) = (-7) + (-7)$$

$$= -14$$

การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ ได้คำตอบเป็นจำนวนเต็ม**ลบ**ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

3) การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก

$$\text{เช่น } (-7) \times 4 = 4 \times (-7)$$

(สมบัติการสลับที่การคูณ)

$$= (-7) + (-7) + (-7) + (-7)$$

$$= -28$$

การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก ได้คำตอบเป็นจำนวนเต็ม**ลบ**ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

4) การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ

$$\text{เช่น } (-3) \times (-5) = 15$$

$$(-11) \times (-20) = 220$$

การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ ได้คำตอบเป็นจำนวนเต็ม**บวก**ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

แบบฝึกหัดที่ 5

จงหาผลลัพธ์

1). $[(-3) \times (-5)] \times (-2)$

.....

2). $(-3) \times [(-5) \times (-2)]$

.....

3). $[4 \times (-3)] \times (-1)$

.....

4). $4 \times [(-3) \times (-1)]$

.....

5). $[(-5) \times (-6)] + [(-5) \times (-6)]$

.....

6). $(-5) \times [6 + (-6)]$

.....

7). $[(-7) \times (-5)] + [(-7) \times 2]$

.....

8). $(-7) \times [(-5) + 2]$

.....

9). $[5 \times (-7)] + [5 \times 3]$

.....

10). $5 \times [(-7) + 3]$

.....

3.4 การหารจำนวนเต็ม

การหารจำนวนเต็ม เมื่อ a , b และ c แทนจำนวนเต็มใดๆ ที่ b ไม่เท่ากับ 0 จะหาผลหารได้โดยอาศัยการคูณ ดังนี้

ตัวตั้ง $\div$ ตัวหาร = ผลลัพธ์ มีความหมายเดียวกับ ผลลัพธ์ $\times$ ตัวหาร = ตัวตั้ง

ถ้า $a \div b = c$ แล้ว $a = b \times c$

การหาผลหาร $\frac{-25}{5}$ จะต้องหาจำนวนที่คูณกับ 5 แล้วได้ -25 ดังนั้น $\frac{-25}{5} = -5$

การหาผลหาร $\frac{25}{-5}$ จะต้องหาจำนวนที่คูณกับ -5 แล้วได้ 25 ดังนั้น $\frac{25}{-5} = -5$

จากการหาผลหารข้างต้นจะได้ว่า

ถ้าทั้งตัวตั้งหรือตัวหาร ตัวใดตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มลบโดยที่อีกตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบ ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลหารของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

การหาผลหาร $\frac{-25}{-5}$ จะต้องหาจำนวนที่คูณกับ -5 แล้วได้ -25 ดังนั้น $\frac{-25}{-5} = 5$

การหาผลหาร $\frac{25}{5}$ จะต้องหาจำนวนที่คูณกับ 5 แล้วได้ 25 ดังนั้น $\frac{25}{5} = 5$

จากการหาผลหารข้างต้นจะได้ว่า

ถ้าทั้งตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนเต็มบวกทั้งคู่หรือจำนวนเต็มลบทั้งคู่ คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวก ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลหารของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

แบบฝึกหัดที่ 6

1. จงเติมคำตอบให้สมบูรณ์เพื่อแสดงหลักของความสัมพันธ์ระหว่างการหารและการคูณ ต่อไปนี้

ประโยคที่แสดงความสัมพันธ์ $a = b \times c$	ประโยคที่แสดงความสัมพันธ์ $a \div b = c$ หรือ $a \div c = b$
$10 = 5 \times 2$	$10 \div 5 = 2$ หรือ $10 \div 2 = 5$
$35 = 7 \times 5$	
$33 = 3 \times 11$	
$(-14) = 7 \times (-2)$	$(-14) \div 7 = (-2)$ หรือ $(-14) \div (-2) = 7$
$(-21) = 7 \times (-3)$	
$(-15) = 3 \times (-5)$	
$10 = (-5) \times (-2)$	

จงหาผลหาร

1. $17 \div 17$

.....

2. $23 \div (-23)$

.....

3. $15 \div (-3)$

.....

4. $(-72) \div 9$

.....

5. $[(-51) \div (-17)] \div [15 \div (-5)]$

.....

6. $[(-72) \div 9] \div [16 \div (-2)]$

.....

เรื่องที่ 4 สมบัติของจำนวนเต็มและการนำไปใช้

4.1 สมบัติเกี่ยวกับการบวกและการคูณจำนวนเต็ม

1). สมบัติการสลับที่

ถ้า a และ b แทนจำนวนเต็มใดๆ

$$a + b = b + a \quad (\text{สมบัติการสลับที่การบวก})$$

$$a \times b = b \times a \quad (\text{สมบัติการสลับที่การคูณ})$$

2) สมบัติการเปลี่ยนหมู่

ถ้า a และ b แทนจำนวนเต็มใดๆ

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad (\text{สมบัติการเปลี่ยนหมู่การบวก})$$

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) \quad (\text{สมบัติการเปลี่ยนหมู่การคูณ})$$

3) สมบัติการแจกแจง

ถ้า a และ b แทนจำนวนเต็มใดๆ

$$a + (b \times c) = ab + ac$$

$$\text{และ } (b + c) \times a = ba + ca$$

4.2 สมบัติของหนึ่งและศูนย์

1). สมบัติของหนึ่ง

$$1). \text{ ถ้า } a \text{ แทนจำนวนใดๆ แล้ว } a \times 1 = 1 \times a = a$$

$$2). \text{ ถ้า } a \text{ แทนจำนวนใดๆ แล้ว } \frac{a}{1} = a$$

2). สมบัติของศูนย์

$$1). \text{ ถ้า } a \text{ แทนจำนวนใดๆ แล้ว } a + 0 = 0 + a = a$$

$$2). \text{ ถ้า } a \text{ แทนจำนวนใดๆ แล้ว } a \times 0 = 0 \times a = 0$$

$$3). \text{ ถ้า } a \text{ แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ } 0 \text{ แล้ว } \frac{0}{a} = 0 \text{ (เราไม่ใช่ } 0 \text{ เป็นตัวหาร)}$$

$$\text{ถ้า } a \text{ แทนจำนวนใดๆ แล้ว } \frac{a}{0} \text{ ไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์}$$

$$4). \text{ ถ้า } a \text{ และ } b \text{ แทนจำนวนใดๆ และ } a \times b = 0 \text{ แล้ว จะได้ } a = 0 \text{ หรือ } b = 0$$

บทที่ 2

เศษส่วนและทศนิยม

สาระสำคัญ

การอ่าน เขียนเศษส่วน และทศนิยมโดยใช้สมบัติ การบวก การลบ การคูณ การหาร การเปรียบเทียบ และการแก้โจทย์ปัญหาตามสภาพการณ์จริงได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

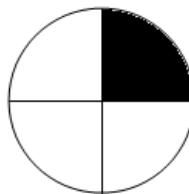
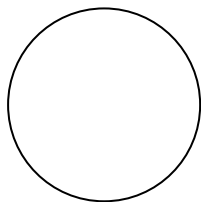
1. บอกความหมายของเศษส่วนและทศนิยมได้
2. เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วนได้
3. เปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยมได้
4. สามารถบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนและทศนิยมได้ และอธิบายผลที่เกิดขึ้นได้
5. นำความรู้เกี่ยวกับเศษส่วนและทศนิยมไปใช้แก้โจทย์ปัญหา

ขอบข่ายเนื้อหา

- เรื่องที่ 1 ความหมายของเศษส่วนและทศนิยม
- เรื่องที่ 2 การเขียนเศษส่วนด้วยทศนิยม และการเขียนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วน
- เรื่องที่ 3 การเปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยม
- เรื่องที่ 4 การบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนและทศนิยม

เรื่องที่ 1 ความหมายของเศษส่วน และทศนิยม

1.1 เศษส่วน หมายถึง ส่วนต่างๆ ของจำนวนเต็มที่ถูกแบ่งออกเป็นส่วนเล็กๆ กัน การนำเสนอเศษส่วนสามารถนำเสนอได้ทั้งแบบรูปภาพ หรือแบบเส้นจำนวน เช่น



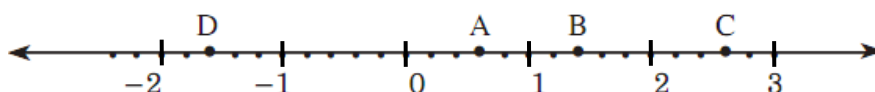
รูปวงกลม 1 วง

แบ่งออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆ กัน

ส่วนที่แรเงาเป็น 1 ส่วนใน 4 ส่วน

เขียนแทนด้วย $\frac{1}{4}$ อ่านว่า “เศษหนึ่งส่วนสี่”

หรือ



1 หน่วยบนเส้นจำนวนแบ่งออกเป็น 5 ส่วนเท่าๆ กัน

จุด A อยู่ห่างจาก 0 ไปทางขวามือเป็นระยะ 3 ส่วน ใน 5 ส่วน ดังนั้น A แทนด้วย $\frac{3}{5}$

จุด B อยู่ห่างจาก 0 ไปทางขวามือเป็นระยะ 7 ส่วน ใน 5 ส่วน ดังนั้น B แทนด้วย $\frac{7}{5}$ หรือ $1\frac{2}{5}$

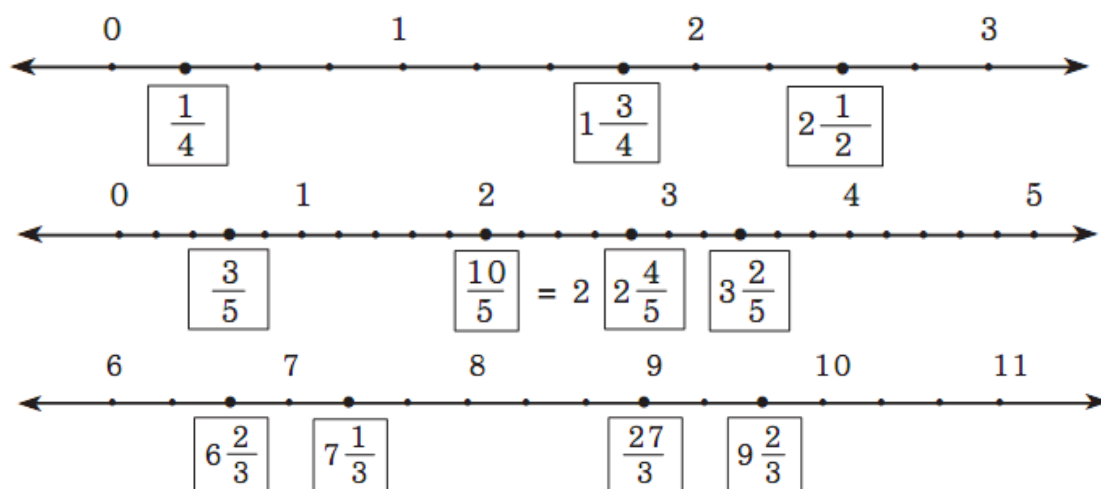
จุด C อยู่ห่างจาก 0 ไปทางขวามือเป็นระยะ 13 ส่วน ใน 5 ส่วน ดังนั้น C แทนด้วย $\frac{13}{5}$ หรือ $2\frac{3}{5}$

จุด D อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้ายมือเป็นระยะ 8 ส่วน ใน 5 ส่วน ดังนั้น D แทนด้วย $-\frac{8}{5}$ หรือ $-1\frac{3}{5}$

บทนิยาม เศษส่วนเป็นจำนวนที่เขียนอยู่ในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ b ไม่เท่ากับศูนย์ เรียก a ว่า “ตัวเศษ” เรียก b ว่า “ตัวส่วน”

$\frac{1}{5}$	อ่านว่า เศษหนึ่งส่วนห้า
$\frac{1}{2}$	อ่านว่า เศษหนึ่งส่วนสอง
$-\frac{3}{2}$	อ่านว่า ลบเศษสามส่วนสอง
$-\frac{4}{3}$	อ่านว่า ลบเศษสี่ส่วนสาม

ตัวอย่างที่ 1 จงเติมเศษส่วนลงใน ให้ถูกต้อง



1.2. ทศนิยม

ทศนิยม คือ จำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยมประกอบด้วยสองส่วนคือ ส่วนที่เป็นจำนวนเต็ม และส่วนที่เป็นทศนิยม และมีจุด (.) คั่นระหว่างจำนวนเต็มกับส่วนที่เป็นทศนิยม

ทศนิยมแบ่งได้เป็น 2 ชนิด คือ

1. ทศนิยมแบบไม่ซ้ำ เช่น 1.5, 2.35, 3.14, ...

2. ทศนิยมซ้ำ แบ่งเป็น

2.1 ทศนิยมซ้ำศูนย์ เช่น

1.5000 ...

เขียนแทนด้วย 1.5

0.0030000 ...

เขียนแทนด้วย 0.003

ถ้าตัวซ้ำเป็น 0 ไม่นิยมเขียน

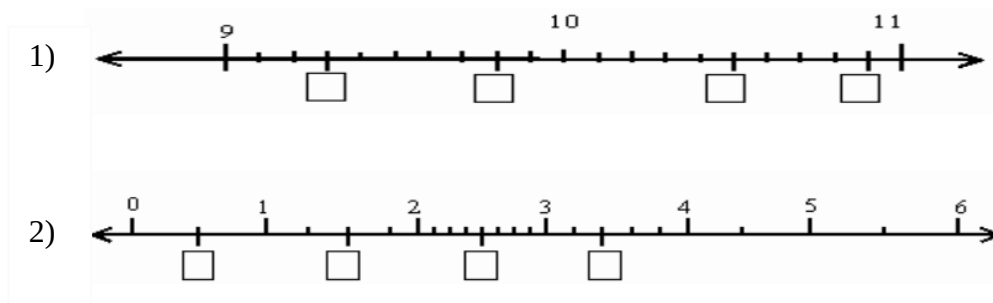
2.2 ทศนิยมที่ตัวซ้ำไม่เป็นศูนย์ เช่น



0.3333...	เขียนแทนด้วย	$0.\dot{3}$	อ่านว่า	ศูนย์จุดสามสามซ้ำ
1.414141 ...	เขียนแทนด้วย	$1.4\dot{1}$	อ่านว่า	หนึ่งจุดสี่หนึ่งสี่หนึ่งซ้ำ
0.213213213 ...	เขียนแทนด้วย	$0.\dot{2}1\dot{3}$	อ่านว่า	ศูนย์จุดสองหนึ่งสาม สองหนึ่งสามซ้ำ
2.10371037 ...	เขียนแทนด้วย	$2.\dot{1}0\dot{3}7$	อ่านว่า	สองจุดหนึ่งศูนย์สามเจ็ด หนึ่งศูนย์สามเจ็ดซ้ำ

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเติมเศษส่วนลงใน ☐ ให้ถูกต้อง



2. จงเขียนเส้นจำนวนแล้วหาจุดที่แทนจำนวนต่อไปนี้

1) $\frac{4}{8}$, $1\frac{1}{2}$, $\frac{20}{8}$



2) $1\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{6}$, $\frac{29}{6}$



จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของทศนิยม

1. $\frac{6}{10} = \dots\dots\dots$

2. $\frac{12}{100} = \dots\dots\dots$

3. $\frac{357}{1000} = \dots\dots\dots$

4. $\frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} = \dots\dots\dots$

เรื่องที่ 2 การเขียนเศษส่วนด้วยทศนิยม และการเขียนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วน

2.1 การเขียนเศษส่วนด้วยทศนิยม

เศษส่วนและทศนิยมอาจเปลี่ยนรูปกันได้ หมายความว่า เศษส่วนสามารถเขียนในรูปของทศนิยมได้ และทศนิยมสามารถเขียนในรูปของเศษส่วนได้เช่นเดียวกัน เช่น

1. ทำส่วนให้เป็น 10 , 100 , 1,000,.....

$$\begin{aligned}\text{เช่น } 0.2 &= \frac{2}{10} \\ 0.25 &= \left(2 \times \frac{1}{10}\right) + \left(5 \times \frac{1}{100}\right) \\ &= \frac{2}{10} + \frac{5}{100} \\ &= \frac{25}{100}\end{aligned}$$

เพื่อให้เกิดความรวดเร็วในการเปลี่ยนทศนิยมเป็นเศษส่วน อาจทำได้โดยการเลื่อนจุดทศนิยมและตัวหารเป็นจำนวน 10, 100 หรือ 1,000 ขึ้นอยู่กับจำนวนทศนิยม เช่น ถ้าทศนิยม 1 ตำแหน่ง ตัวที่เป็นส่วนก็จะเป็น 10 ถ้า 2 ตำแหน่ง ตัวที่เป็นส่วนก็จะเป็น 100 หรือสรุปได้ว่า จำนวน 0 ที่ถัดเลข 1 จะเท่ากับจำนวนตำแหน่งของทศนิยม

หมายเหตุ เศษส่วนที่เป็นลบเมื่อเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมจะได้ทศนิยมที่เป็นลบ

$$\text{เช่น } \frac{-7}{10} = -0.7, \quad \frac{-39}{1,000} = -0.039$$

2.2 การเขียนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วน

ทศนิยมซ้ำ คือ จำนวนเต็มของทศนิยมที่ซ้ำๆ กัน เช่น 0.777.... เขียนแทนด้วย $0.\dot{7}$ เมื่อจะเขียนให้เป็นเศษส่วน สามารถทำได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงเปลี่ยน $0.\dot{7}$ ให้เป็นเศษส่วน

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } 0.\dot{7} &= 0.77777\ldots = X \\ \text{ให้ } X &= 0.77777\ldots \quad \text{----- (1)} \\ (1) \times 10 &\text{-----} \rightarrow 10X = 7.7777\ldots \quad \text{----- (2)} \\ (2) - (1) &\text{-----} \rightarrow 10X - X = 7.7777\ldots - 0.777\ldots \\ 9X &= 7 \\ X &= \frac{7}{9} \\ \therefore 0.\dot{7} &= \frac{7}{9}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงเปลี่ยน $1.2\dot{1}\dot{3}$ เป็นเศษส่วน

$$\text{จาก } 1.2\dot{1}\dot{3} = 1.2131313\dots$$

$$\text{ให้ } x = 1.2131313\dots \quad \text{----- (1)}$$

$$(1) \times 10 \quad 10x = 12.131313\dots \quad \text{----- (2)}$$

$$(1) \times 1,000 \quad 1,000x = 1213.131313\dots \quad \text{----- (3)}$$

$$(3) - (2) \quad 1,000x - 10x = 1213 - 12$$

$$990x = 1213 - 12$$

$$x = \frac{1213 - 12}{990}$$

$$x = \frac{1201}{990}$$

$$\text{ดังนั้น } 1.2\dot{1}\dot{3} = \frac{1201}{990}$$

จากตัวอย่าง สรุปได้ว่า การเปลี่ยนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วน โดยวิธีลัด ทำได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 1. \quad 0.34\dot{1}\dot{7} &= \frac{3417 - 37}{9900} \\ &= \frac{3383}{9900} \end{aligned}$$

เศษ เขียนจำนวนทั้งหมดลบด้วยจำนวนที่ไม่ซ้ำ ส่วน แทนด้วย 9 เท่ากับจำนวนที่ซ้ำและแทนด้วย 0 เท่ากับจำนวนไม่ซ้ำ

$$\begin{aligned} 2. \quad 1.3\dot{1}\dot{5} &= \frac{1315 - 13}{990} \\ &= \frac{1302}{990} = \frac{651}{495} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad 3.10\dot{4}\dot{3} &= \frac{31043 - 310}{9900} \\ &= \frac{30733}{9900} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงเปลี่ยนเศษส่วนต่อไปนี้ให้เป็นทศนิยม โดยการทำให้เป็น 10 , 100 ,1,000,

1) $\frac{9}{4}$

.....

2) $1\frac{3}{4}$

.....

3) $\frac{39}{40}$

.....

4) $\frac{7}{25}$

.....

5) $\frac{1}{8}$

.....

6) $\frac{8}{125}$

.....

2. จงเปลี่ยนเศษส่วนต่อไปนี้ให้เป็นทศนิยม โดยการหารเศษส่วน

1) $\frac{9}{11}$

.....

2) $3\frac{1}{7}$

.....

3) $\frac{7}{16}$

.....

4) $\frac{5}{4}$

.....

5) $\frac{5}{6}$

.....

6) $8\frac{3}{5}$

.....

เรื่องที่ 3 การเปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยม

3.1 การเปรียบเทียบเศษส่วน

เศษส่วนที่เท่ากัน

การหาเศษส่วนที่เท่ากัน ใช้จำนวนที่ไม่เท่ากับศูนย์มาคูณหรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน

$$\begin{array}{l} \text{เช่น } \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} \\ \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \end{array}} \right\} \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} \text{ เป็นเศษส่วนที่เท่ากัน}$$

$$\begin{array}{l} \frac{12}{18} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9} \\ \frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \frac{12}{18} \\ \frac{12}{18} \end{array}} \right\} \quad \frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \text{ เป็นเศษส่วนที่เท่ากัน}$$

เศษส่วนที่ไม่เท่ากัน

การเปรียบเทียบเศษส่วนที่ไม่เท่ากันต้องทำส่วนให้เท่ากัน โดยนำ ค.ร.น. ของตัวส่วนของเศษส่วนที่ต้องการเปรียบเทียบกัน คูณทั้งตัวเศษและตัวส่วน เมื่อตัวส่วนเท่ากันแล้วให้นำตัวเศษมาเปรียบเทียบกัน

$$\text{เช่น } \frac{4}{5} \text{ มากกว่าหรือน้อยกว่า } \frac{7}{10}$$

ค.ร.น. ของ 5 และ 10 คือ 10

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}$$

จะเห็นว่า $8 > 7$

$$\text{ดังนั้น } \frac{8}{10} > \frac{7}{10} \text{ หรือ } \frac{4}{5} > \frac{7}{10}$$

ยังมีวิธีเปรียบเทียบโดยใช้ผลคูณไขว้ ถ้าผลคูณข้างใดมีค่ามากกว่า เศษส่วนข้างนั้นจะมีค่ามากกว่า

$$\text{เช่น } \frac{4}{5} \text{ } \begin{array}{c} \nearrow \searrow \\ \times \end{array} \frac{7}{10}$$

เปรียบเทียบ 4×10 กับ 5×7 จะเห็นว่า $40 > 35$

$$\text{ดังนั้น } \frac{4}{5} > \frac{7}{10}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงเปรียบเทียบ $\frac{7}{12}$ และ $\frac{11}{18}$

วิธีที่ 1 หา ค.ร.น. ของ 12 และ 18 ได้ 36

ทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองให้เป็น 36

$$\frac{7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{21}{36}$$

$$\frac{11 \times 2}{18 \times 2} = \frac{22}{36}$$

จะได้ $\frac{22}{36} > \frac{21}{36}$

ดังนั้น $\frac{11}{18} > \frac{7}{12}$

วิธีที่ 2

$$\frac{7}{12} \quad \frac{11}{18}$$

ผลจากการคูณไขว้ จะได้

$$\begin{array}{ccc} 7 \times 18 & \text{และ} & 12 \times 11 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{จะเห็นว่า} & 126 & < & 132 \\ \text{ดังนั้น} & \frac{7}{12} & < & \frac{11}{18} \end{array}$$

2.1 เปรียบเทียบทศนิยม

การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นบวก ให้พิจารณาเลขโดดจากซ้ายไปขวา ถ้าเลขโดดตัวใดมีค่ามากกว่าทศนิยมจำนวนนั้นจะมีค่ามากกว่า เช่น 38.586 กับ 38.498 ทศนิยมในตำแหน่งที่ 1 ของทั้ง 2 จำนวนมีเลขโดดคือ 5 และ 4 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่า 5 มากกว่า 4 ดังนั้น 38.586 มากกว่า 38.498

การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นลบ เช่น -0.7 กับ -0.8

ค่าสัมบูรณ์ของ -0.7 เท่ากับ 0.7

ค่าสัมบูรณ์ของ -0.8 เท่ากับ 0.8

จำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์น้อยกว่าจะเป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่า ดังนั้น

-0.7 มากกว่า -0.8

แบบฝึกหัดที่ 3

1. ให้เติมตัวเศษหรือตัวส่วนของเศษส่วนลงใน เพื่อให้ได้เศษส่วนที่เท่ากัน

$$1) \frac{1}{2} = \frac{\square}{18}$$

$$2) \frac{3}{4} = \frac{\square}{20}$$

$$3) \frac{7}{12} = \frac{21}{\square}$$

$$4) \frac{2}{5} = \frac{16}{\square}$$

$$5) \frac{14}{9} = \frac{\square}{36}$$

$$6) \frac{20}{100} = \frac{\square}{25}$$

$$7) \frac{9}{12} = \frac{3}{\square}$$

$$8) \frac{\square}{5} = \frac{16}{40}$$

2. ให้เติมเครื่องหมาย $>$, $<$ หรือ $=$ ลงใน ให้ถูกต้อง

$$1) \frac{1}{5} \square \frac{1}{6}$$

$$2) \frac{2}{3} \square \frac{3}{4}$$

$$3) \frac{5}{6} \square \frac{6}{7}$$

$$4) \frac{3}{10} \square \frac{1}{3}$$

$$5) \frac{3}{8} \square \frac{1}{6}$$

$$6) \frac{7}{3} \square \frac{9}{4}$$

$$7) \frac{5}{12} \square \frac{7}{16}$$

$$8) \frac{11}{15} \square \frac{7}{10}$$

$$9) \frac{11}{4} \square \frac{22}{8}$$

$$10) \frac{7}{3} \square \frac{5}{2}$$

$$11) \frac{11}{14} \square \frac{11}{15}$$

$$12) \frac{30}{100} \square \frac{3}{10}$$

3. ให้นักศึกษาเติมเครื่องหมาย $>$, $<$ หรือ $=$ ระหว่างจำนวนสองจำนวน

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $-0.500 \dots\dots\dots 0.501$ | 2) $103.012 \dots\dots\dots - 0.501$ |
| 3) $5.28 \dots\dots\dots 5.82$ | 4) $- 5.28 \dots\dots\dots -5.28$ |
| 5) $8.354 \dots\dots\dots 8.534$ | 6) $-8.544 \dots\dots\dots -8.534$ |
| 7) $-13.06 \dots\dots\dots 13.06$ | 8) $103.012 \dots\dots\dots -103.012$ |
| 9) $-5.125 \dots\dots\dots -5.1250$ | 10) $-7.10 \dots\dots\dots -7.01$ |

4. ให้นักศึกษาเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากค่าน้อยไปค่ามาก

- 1) $-1.724, -1.738, 0.832, -2.000$
- 2) $-30.710, -31.170, -31.107, 30.017$
- 3) $83.000, -38.000, -83.001, -138.500$
- 4) $-34.50, -37.40, -41.54, -39.62, -42.50$

เรื่องที่ 4 การบวก ลบ คูณ การเศษส่วนและทศนิยม

4.1 การบวกเศษส่วน

วิธีการหาผลบวกของเศษส่วน สามารถทำได้ดังนี้

- 1) หา ค.ร.น. ของตัวส่วน
- 2) ทำเศษส่วนแต่ละจำนวนให้มีตัวส่วนเท่ากับ ค.ร.น. ที่หาได้จากข้อ 1
- 3) บวกตัวเศษเข้าด้วยกันโดยที่ตัวส่วนยังคงเท่าเดิม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวก $\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$

วิธีทำ ค.ร.น. ของ 3 กับ 4 คือ 12

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} + \frac{3}{4} &= \left(\frac{1 \times 4}{3 \times 4} \right) + \left(\frac{3 \times 3}{4 \times 3} \right) \\ &= \frac{4}{12} + \frac{9}{12} \\ &= \frac{4+9}{12} \\ &= \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12} \\ \text{ตอบ } &1\frac{1}{12}\end{aligned}$$

4.2 การลบเศษส่วน

การลบเศษส่วน ใช้หลักการเดียวกันกับการลบจำนวนเต็ม คือ

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลบ $\frac{5}{6} - \left(-\frac{7}{12} \right)$

วิธีทำ ค.ร.น. ของ 6 และ 12 คือ 12

$$\begin{aligned}\frac{5}{6} - \left(-\frac{7}{12} \right) &= \frac{5}{6} + \frac{7}{12} \\ &= \left(\frac{5 \times 2}{6 \times 2} \right) + \left(\frac{7 \times 1}{12 \times 1} \right) \\ &= \frac{10 + 7}{12}\end{aligned}$$

$$= \frac{10}{12} + \frac{7}{12}$$

$$= \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

$$\text{ตอบ } 1\frac{5}{12}$$

แบบฝึกหัดที่ 4

1. ให้หาผลลัพธ์ต่อไปนี้

1) $\frac{5}{2} + \frac{7}{2}$

2) $\frac{13}{12} - \frac{7}{12}$

3) $\frac{7}{12} + \frac{6}{12} + \frac{11}{12}$

4) $\frac{1}{11} + \frac{10}{11} + \frac{5}{11}$

5) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12} - \frac{4}{12}$

6) $\frac{7}{24} + \frac{6}{24} - \frac{11}{24}$

2. ให้เติมจำนวนลงใน แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง

1) $\frac{3}{8} + \square = \frac{9}{8}$

2) $\frac{5}{6} + \square = 1\frac{5}{6}$

3) $\square - \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$

4) $\square - \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$

5) $\frac{3}{8} + \left(\frac{7}{8} - \square\right) = \frac{3}{8}$

3. ให้หาจำนวนมาเติมลงใน แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง

1) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \square$

2) $\frac{6}{7} - \frac{3}{14} = \square$

3) $1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = \square$

4) $4\frac{2}{3} - 2\frac{1}{6} = \square$

5) $3\frac{3}{4} - 2 = \square$

6) $2\frac{2}{8} - 1\frac{2}{3} = \square$

7) $3\frac{1}{9} - 1\frac{1}{6} = \square$

8) $4\frac{1}{7} - \frac{5}{28} = \square$

4. ให้หาผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$1) \frac{3}{7} + \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{7}\right)$$

$$2) \left(\frac{7}{10} + \frac{5}{9}\right) + \frac{4}{9}$$

$$3) \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{8}\right) + \frac{2}{5}$$

$$4) 4\frac{2}{11} + \left(2\frac{1}{3} - \frac{7}{33}\right)$$

4.5 การคูณเศษส่วน

ผลคูณของเศษส่วนสองจำนวน คือ เศษส่วนซึ่งมีตัวเศษเท่ากับผลคูณของตัวเศษสองจำนวนและตัวส่วนเท่ากับผลคูณของตัวส่วนสองจำนวนนั้น

เมื่อ $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ เป็นเศษส่วน ซึ่ง $b, d \neq 0$

ผลคูณของ $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ หาได้จากกฎ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณของจำนวน $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}$

วิธีทำ $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}$

$$= \frac{2 \times 3}{7 \times 5}$$

$$= \frac{6}{35}$$

ตอบ $\frac{6}{35}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลคูณของ $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{25}{101}$

วิธีทำ $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{5}{101}$

$$= \frac{1 \times 1 \times 5}{1 \times 1 \times 101}$$

$$= \frac{5}{101}$$

ตอบ $\frac{5}{101}$

แบบฝึกหัดที่ 5

จงหาผลคูณต่อไปนี้

1) $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{5}$

2) $1\frac{1}{5} \times \frac{5}{9}$

3) $5\frac{2}{11} \times 1\frac{1}{9}$

4) $16\frac{2}{3} \times \frac{7}{10}$

5) $\frac{5}{16} \times 2\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{5}$

6) $6\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6}$

7) $\frac{15}{49} \times \frac{24}{25} \times \frac{35}{18}$

8) $\frac{24}{25} \times \frac{10}{27} \times \frac{11}{25} \times \frac{10}{22}$

4.6 การหารเศษส่วน

การหารจำนวนที่เป็นเศษส่วนไม่มีสมบัติการสลับที่ และสมบัติการเปลี่ยนหมู่

เมื่อ $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ แทนเศษส่วนใดๆ และ

พิจารณาผลหารที่เกิดจากการหาร $\frac{a}{b}$ ด้วย $\frac{c}{d}$ ดังนี้

$$\frac{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}}{\frac{c}{d}} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d} \times \frac{d}{c}} = \frac{\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}{\frac{c \times d}{d \times c}} = \frac{\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}{1} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลหารของ $\left(-\frac{5}{24}\right) \div \left(-\frac{20}{21}\right)$

$$\text{วิธีทำ } \left(-\frac{5 \div 5}{24 \div 3}\right) \times \left(-\frac{21 \div 3}{20 \div 5}\right) = \frac{(-1) \times (-7)}{8 \times 4}$$

$$= \frac{7}{32}$$

$$\text{ตอบ } \frac{7}{32}$$

แบบฝึกหัดที่ 6

1. จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$1) \frac{4}{5} \div \frac{5}{8}$$

$$2) \frac{10}{11} \div \frac{5}{2}$$

$$3) \frac{9}{24} \div \frac{6}{12}$$

$$4) \frac{15}{16} \div \frac{5}{24}$$

$$5) \frac{99}{100} \div \frac{11}{25}$$

$$6) 1\frac{1}{2} \div 3$$

2. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$1) \frac{9}{17} \times \left(4\frac{1}{5} - 3\frac{4}{9}\right)$$

$$2) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

$$3) 3\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{6} \div \frac{11}{12}$$

$$4) 3\frac{3}{7} \times 1\frac{2}{5} \div \frac{3}{10}$$

4.7 การนำความรู้เรื่องเศษส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

โจทย์ปัญหาเศษส่วน

การทำโจทย์ปัญหาเศษส่วน ควรกำหนดจำนวนทั้งหมดเป็น 1 หน่วย แล้วดำเนินการตาม

โจทย์ เช่น นักเรียนห้องหนึ่ง เป็นชาย $\frac{3}{5}$ ของจำนวนนักเรียนในห้อง

ดังนั้น ห้องนี้เป็นนักเรียนหญิง $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ ของจำนวนนักเรียนในห้อง

ตัวอย่างที่ 1 ถังใบหนึ่งจุน้ำ 140 ลิตร มีน้ำอยู่ $\frac{3}{4}$ ถัง หลังจากใช้น้ำไปจำนวนหนึ่งจะ

เหลือน้ำอยู่ $\frac{1}{2}$ ถัง จงหาว่าใช้น้ำไปเท่าไร

วิธีทำ	มีน้ำในถัง	$\frac{3}{4} \times 140 = 105$ ลิตร
	หลังจากใช้น้ำเหลือน้ำในถัง	$\frac{1}{2} \times 140 = 70$ ลิตร
	ดังนั้นใช้น้ำไปจำนวน	$105 - 70 = 35$ ลิตร

แบบฝึกหัดที่ 7

1. ให้หาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1) ต้องมีเงิน 320 บาท ซื้อรองเท้า $\frac{2}{5}$ ของเงินทั้งหมด ซื้อเสื้อ $\frac{5}{16}$ ของเงินที่เหลือ จงหาว่าต้องเหลือเงินเท่าไร

2) ห้องประชุมห้องหนึ่งมีความยาวเป็น $3\frac{3}{4}$ ของความกว้าง และความกว้างเป็น $4\frac{2}{5}$ ของความสูง ถ้าห้องสูง $3\frac{1}{2}$ เมตร และมีนักเรียน 462 คน จงหาว่า โดยเฉลี่ยนักเรียนคนหนึ่งมีอากาศหายใจกี่ลูกบาศก์เมตร

3) จ้างคนปลูกหญ้าบนสนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง $6\frac{4}{5}$ เมตร ยาว $10\frac{1}{2}$ เมตร ในราคาตารางเมตรละ 45 บาท จะต้องจ่ายเงินทั้งหมดเท่าไร

4) โทรศัพท์เครื่องหนึ่งประกาศลดราคาลง $\frac{1}{4}$ ของราคาที่เปิดไว้เดิม แต่ผู้ซื้อเป็นเพื่อนกับผู้ขายลดให้อีก $\frac{1}{5}$ ของราคาที่ประกาศลดแล้วในครั้งแรก ซึ่งปรากฏว่าผู้ซื้อจ่ายไป 4,200 บาท จงหาว่าโทรศัพท์เครื่องนี้เปิดราคาเดิมไว้เท่าไร

5) ในการเดินทางครั้งนี้เสียค่าที่พัก $\frac{2}{5}$ ของค่าใช้จ่ายทั้งหมด ค่าเดินทาง $\frac{1}{4}$ ของค่าใช้จ่ายทั้งหมด ค่าใช้จ่ายอื่น ๆ คิดเป็นเงิน 1,470 บาท จงหาว่าค่าใช้จ่ายทั้งหมดเป็นเงินเท่าไร

4.8 การบวก และการลบทศนิยม

การหาผลบวกของทศนิยมใดๆ จะใช้หลักเกณฑ์ดังนี้

1. การหาผลบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนบวก
 2. การหาผลบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนลบ
 3. การหาผลบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นบวกกับทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกันแล้วตอบเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า
- การหาผลลบของทศนิยมใด ๆ ใช้ข้อตกลงเดียวกันกับที่ใช้ในการหาผลลบของจำนวนเต็ม คือ

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

สรุป การบวกและการลบทศนิยม จะต้องตั้งให้จุดทศนิยมตรงกันก่อน แล้วจึงบวกลบ จำนวนในแต่ละหลัก ถ้าจำนวนตำแหน่งทศนิยมไม่เท่ากัน นิยมเติมศูนย์ข้างท้ายเพื่อให้จำนวนตำแหน่งทศนิยมเท่ากัน

แบบฝึกหัดที่ 8

1. จงเติมผลลัพธ์ต่อไปนี้

- | | |
|--|---|
| 1) $0.81 + 0.18 = \dots\dots\dots$ | 2) $(-0.9) + (0.7) = \dots\dots\dots$ |
| 3) $(-0.8) + 0.7 = \dots\dots\dots$ | 4) $0.8 + (-0.7) = \dots\dots\dots$ |
| 5) $(-15.2) + (-1.5) = \dots\dots\dots$ | 6) $(-9.8) + (-2.7) = \dots\dots\dots$ |
| 7) $54.82 - 4.73 = \dots\dots\dots$ | 8) $(-9.06) - 6.09 = \dots\dots\dots$ |
| 9) $5.78 - (-4.32) = \dots\dots\dots$ | 10) $(-0.704) - (-4.01) = \dots\dots\dots$ |
| 11) $(-17.8) - (-8.7) = \dots\dots\dots$ | 12) $(-99.14) - (-82.57) = \dots\dots\dots$ |
| 13) $-16.7 - 20 = \dots\dots\dots$ | 14) $-30 - 20.1 = \dots\dots\dots$ |
| 15) $(-1) - (-9.4782) = \dots\dots\dots$ | 16) $2 - (-0.7843) = \dots\dots\dots$ |
| 17) $-42.75 - 14.28 = \dots\dots\dots$ | 18) $-78.04 - (-14.102) = \dots\dots\dots$ |
| 19) $8.763 - 12.000 = \dots\dots\dots$ | 20) $-8.673 - (-12.000) = \dots\dots\dots$ |

4.9 การคูณทศนิยม

การคูณทศนิยม มีหลักเกณฑ์ดังนี้

1. การหาผลคูณระหว่างทศนิยมที่เป็นบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาคูณกันแล้วตอบเป็นจำนวนบวก
2. การหาผลคูณระหว่างทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาคูณกันแล้วตอบเป็นจำนวนบวก
3. การหาผลคูณระหว่างทศนิยมที่เป็นบวกกับทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาคูณกันแล้วตอบเป็นจำนวนลบ

หมายเหตุ ผลคูณทศนิยม จะมีจำนวนหลักทศนิยมเท่ากับผลบวกของจำนวนหลักทศนิยมของตัวตั้งและจำนวนหลักทศนิยมของตัวคูณ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณของ

1. 1.25×2.431

$$1.25 \times 2.431 = 2.431 \times 1.25$$

$$\begin{array}{r} 2.431 \\ \times 1.25 \\ \hline 12155 \\ 4862 \\ 2431 \\ \hline 303875 \end{array}$$

$$\therefore 1.25 \times 2.431 = 3.03875$$

2. -5.12×0.125

$$\begin{array}{r} 512 \\ \times 125 \\ \hline 2560 \\ 1024 \\ 512 \\ \hline 64000 \end{array}$$

$$\therefore -5.12 \times 0.125 = -0.64000 = -0.64$$

4.10 การหารทศนิยม

การหารทศนิยม มีหลักเกณฑ์ดังนี้

1. การหาผลหารระหว่างทศนิยมที่เป็นบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาหารกันแล้วตอบเป็นจำนวนบวก
2. การหาผลหารระหว่างทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาหารกันแล้วตอบเป็นจำนวนบวก
3. การหาผลหารระหว่างทศนิยมที่เป็นบวกกับทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาหารกันแล้วตอบเป็นจำนวนลบ ข้อสำคัญต้องทำให้ตัวหารเป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ

$$1. \ 15.015 \div (-0.15)$$

วิธีทำ $15.015 \div (-0.15) = \frac{15.015}{-0.15} = \frac{15.015 \times 100}{-0.15 \times 100} = \frac{1501.5}{-15}$

$$\begin{array}{r} 100.1 \\ 15 \overline{) 1501.5} \\ \underline{15} \\ 00 \\ \underline{0} \\ 01 \\ \underline{0} \\ 15 \\ \underline{15} \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore 15.015 \div (-0.15) = -100.1$$

$$2. \ (-37.65) \div (-1.5)$$

วิธีทำ $(-37.65) \div (-1.5) = \frac{-37.65}{-1.5} = \frac{37.65 \times 10}{1.5 \times 10} = \frac{376.5}{15}$

$$\begin{array}{r} 25.1 \\ 15 \overline{) 376.5} \\ \underline{30} \\ 76 \\ \underline{75} \\ 15 \\ \underline{15} \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore (-37.65) \div (-1.5) = 25.1$$

แบบฝึกหัดที่ 9

1. จงหาค่าของ

1) $12.05 \times (-2.4)$

.....

2) -0.784×0.15

.....

3) $(-5.134) \times (-1.3)$

.....

4) $(-32.04) \times 1.02$

.....

2. จงหาค่าของ

1) $\{(-12.4) \times 33.6\} + \{(-12.4 \times 66.4)$

.....

2) $\{(-3.145) \times 2.76\} + \{(-27.39) \div 18.26\}$

.....

3) $(-14.307 - 2.809) + (6.78 \div 1.5)$

.....

4) $\{(0.036 \div 0.15) + (-4.07 \times 1.1)\}$ ของ (-5.8)

.....

5) $(-1.58 \div 0.15) - [2 \times (-3.6)]$

.....

4.11 การนำความรู้เรื่องทศนิยมไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 เหล็กเส้นกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.75 เซนติเมตร ยาว 1 เมตร จะหนัก 3.862 กิโลกรัม ถ้าเหล็กเส้นขนาดเดียวกันนี้ยาว 1.25 เมตร จะหนักกี่กิโลกรัม

วิธีทำ เหล็กเส้นกลมมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.75 เซนติเมตร

และยาว 100 เซนติเมตร หนัก 3.862 กิโลกรัม

ถ้ายาว 1 เซนติเมตร หนัก $\frac{3.862}{100} = 0.03862$ กิโลกรัม

ดังนั้น เหล็กเส้นขนาดเดิมแต่ยาว 125 เซนติเมตร หนัก 0.03862×125
 $= 4.8275$ กิโลกรัม

เหล็กเส้นขนาดเดิมยาว 1.25 เมตร หนัก 4.8275 กิโลกรัม

ตัวอย่างที่ 2 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 11.3364 ตารางเซนติเมตร ถ้าด้านยาวเท่ากับ 4.23 เซนติเมตร ด้านยาวยาวกว่าด้านกว้างเท่าไร

วิธีทำ พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง $\times$ ยาว

11.3364 = กว้าง $\times$ 4.23

ดังนั้น กว้าง = $\frac{11.3364}{4.23}$

= 2.68 เซนติเมตร

ด้านยาวยาวกว่าด้านข้าง = 4.23 – 2.68

= 1.55 เซนติเมตร

ด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง = 1.55 เซนติเมตร

แบบฝึกหัดที่ 10

1. ให้นักศึกษาแก้ปัญหาโจทย์ต่อไปนี้

1) เชือกยาว 17.25 เมตร นำอีกเส้นหนึ่งยาว 5.2 เมตร มาผูกต่อกันทำให้เสียเชือกตรงรอยต่อ 0.15 เมตร นำเชือกที่ต่อแล้วมาวางเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ให้ด้านกว้างยาวด้านละ 1.5 เมตร ด้านยาวจะยาวด้านละกี่เมตร

.....

.....

.....

.....

2. น้ำตาลถุงหนึ่งหนัก 9.35 กิโลกรัม จำนวน 16 ถุง ใช้ทำขนมเฉลี่ยแล้ววันละ 4.4 กิโลกรัม จะใช้น้ำตาลได้ทั้งหมดกี่วัน

.....

.....

.....

.....

3. ห้องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 4.8 เมตร ยาว 9.6 เมตร นำกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 32 ตารางเซนติเมตร มาปูห้องจะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น

.....

.....

.....

.....

4. มีทองคำแท่งหนึ่งหนัก 12.04 กรัม ซื้อมีเพิ่มอีก 25.22 กรัม แบ่งขายไปสองครั้ง หนักครั้งแรก 8.02 กรัม ที่เหลือนำไปทำแหวน 5 วง หนักวงละ 3.45 กรัม เท่าๆ กัน จะเหลือทองอีกกี่กรัม

.....

.....

.....

.....

บทที่ 3

เลขยกกำลัง

สาระสำคัญ

สัญลักษณ์ของการเขียนแทนการคูณจำนวนเดียวกันซ้ำ ๆ หลาย ๆ ครั้ง เขียนแทนด้วย a^n อ่านว่า a ยกกำลัง n และการเขียนแสดงจำนวนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. บอกความหมายและเขียนเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มแทนจำนวนที่กำหนดให้ได้
2. บอกและนำเลขยกกำลังมาใช้ในการเขียนแสดงจำนวนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้
3. อธิบายการคูณและการหารของเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้

ขอบข่ายเนื้อหา

- เรื่องที่ 1 ความหมายและการเขียนเลขยกกำลัง
- เรื่องที่ 2 การเขียนแสดงจำนวนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์
- เรื่องที่ 3 การคูณและการหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันและเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

เรื่องที่ 1 ความหมายและการเขียนเลขยกกำลัง

เลขยกกำลัง หมายถึง การใช้สัญลักษณ์ เขียนแทนจำนวนที่เกิดขึ้นจากการคูณ ซ้ำๆ กัน
หลายๆ ครั้ง เช่น $3 \times 3 \times 3 \times 3$ สามารถเขียนแทนได้ด้วย 3^4 อ่านว่า สามยกกำลังสี่ ซึ่งมีบทนิยาม
ดังนี้

บทนิยาม ถ้า a แทนจำนวนใดๆ และ n แทนจำนวนเต็มบวก “ a ยกกำลัง n ” หรือ “ a
กำลัง n ” เขียนแทนด้วย $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n$

เรียก a^n ว่าเลขยกกำลังที่มี a เป็นฐานและ n เป็นเลขชี้กำลัง เช่น

$$4^5 \text{ แทน } 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

4^5 มี 4 เป็นฐาน และมี 5 เป็นเลขชี้กำลัง

สัญลักษณ์ 4^5 อ่านว่า “สี่ยกกำลังห้า” หรือ “สี่กำลังห้า” หรือกำลังห้าของสี่

$$(-2)^6 \text{ แทน } (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$(-2)^6$ มี (-2) เป็นฐาน และมี 6 เป็นเลขชี้กำลัง

ในการทำงานเดียวกันสัญลักษณ์ $(-2)^6$ อ่านว่า “ลบสองทั้งหมดยกกำลังหก” หรือกำลัง
หกของลบสอง

จงพิจารณตารางต่อไปนี้

เลขยกกำลัง	ฐาน	เลขชี้กำลัง	เขียนในรูปของการคูณ	แทนจำนวน
3^3	3	3	$3 \times 3 \times 3$	27
4^5	4	5	$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$	1,024
$(-2)^4$	-2	4	$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$	16
$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
x^y	x	y	$x \times x \times x \dots (y \text{ ครั้ง})$	$x \times x \times x \dots (y \text{ ครั้ง})$

ตัวอย่าง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. 8^3 อ่านว่าอย่างไร

2. 10^3 มีจำนวนใดเป็นฐาน

3. 11^5 มีจำนวนใดเป็นเลขชี้กำลัง

4. 5^3 มีความหมายอย่างไร

5. $(-5)^5$ อ่านว่าอย่างไร

วิธีทำ 1. 8^3 อ่านว่า 8 ยกกำลัง 3

2. 10^3 มี 10 เป็นฐาน

3. 11^5 มี 5 เป็นเลขชี้กำลัง

4. 5^3 มีความหมายเท่ากับ $5 \times 5 \times 5$

5. $(-5)^5$ อ่านว่า (-5) ลบห้าทั้งหมดยกกำลังห้า

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มทีมากกว่า 1 พร้อมทั้งบอกฐานและเลขชี้กำลัง

1.1 $25 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

มี $= \dots\dots\dots$ เป็นฐานและ $\dots\dots\dots$ เป็นเลขชี้กำลัง

1.2 $64 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

มี $= \dots\dots\dots$ เป็นฐานและ $\dots\dots\dots$ เป็นเลขชี้กำลัง

1.3 $169 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

มี $= \dots\dots\dots$ เป็นฐานและ $\dots\dots\dots$ เป็นเลขชี้กำลัง

1.4 $729 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

มี $= \dots\dots\dots$ เป็นฐานและ $\dots\dots\dots$ เป็นเลขชี้กำลัง

1.5 $-32 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

มี $= \dots\dots\dots$ เป็นฐานและ $\dots\dots\dots$ เป็นเลขชี้กำลัง

1.6 $-243 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

มี $= \dots\dots\dots$ เป็นฐานและ $\dots\dots\dots$ เป็นเลขชี้กำลัง

1.7 $0.125 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

มี $= \dots\dots\dots$ เป็นฐานและ $\dots\dots\dots$ เป็นเลขชี้กำลัง

2. จงเขียนจำนวนที่แทนด้วยสัญลักษณ์ต่อไปนี้

2.1 $2^8 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2.2 $(-3)^4 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2.3 $(0.3)^5 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2.4 $(0.02)^6 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2.5 $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2.6 $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2.7 $(-5)^4 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2.8 $-2^3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2.9 $\left(\frac{1}{10}\right)^5 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2.10 $(0.5)^6 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

เรื่องที่ 2 การเขียนแสดงจำนวนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

การเขียนจำนวนที่มีค่ามาก ๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ มีรูปทั่วไปเป็น $A \times 10^n$
เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

พิจารณาการเขียนจำนวนที่มีค่ามาก ๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. \quad 2,000 &= 2 \times 1,000 \\ &= 2 \times 10^3 \\ 2. \quad 800,000 &= 8 \times 100,000 \\ &= 8 \times 10^5 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียน 600,000,000 ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 600,000,000 &= 6 \times 100,000,000 \\ &= 6 \times 10^8 \\ \text{ตอบ} \quad &6 \times 10^8 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียน 73,200,000 ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 73,200,000 &= 732 \times 100,000 \\ &= 7.32 \times 100 \times 100,000 \\ &= 7.32 \times 10^2 \times 10^5 \\ &= 7.32 \times 10^7 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 ดาวเสาร์มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวประมาณ 113,000,000 เมตร จงเขียนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \text{ดาวเสาร์มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวประมาณ } 113,000,000 \text{ เมตร} \\ 113,000,000 &= 113 \times 1,000,000 \\ &= 113 \times 100 \times 1,000,000 \\ &= 1.13 \times 10^2 \times 10^6 \\ &= 1.13 \times 10^8 \\ \text{ตอบ} \quad &1.13 \times 10^8 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1. 400,000 =.....
=.....
2. 23,000,000,000 =.....
=.....
=.....
3. 639,000,000 =.....
=.....
=.....
4. 247,500,000 =.....
=.....
=.....

2. ดาวเสาร์อยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ประมาณ 1,430,000,000 กิโลเมตร จงเขียนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

- 1,430,000,000 =.....
=.....
=.....

3. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ในแต่ละข้อต่อไปนี้แทนจำนวนใด

- 3.1 2×10^6 =.....
=.....
- 3.2 4.8×10^{13} =.....
=.....
- 3.3 4.03×10^9 =.....
=.....
- 3.4 9.125×10^5 =.....
=.....

3. การคูณและการหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และเป็นเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

3.1 การคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

พิจารณาการคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเดียวกันต่อไปนี้

$$2^3 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 2^7 \text{ หรือ } 2^{3+4}$$

$$3^2 \times 3^3 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 3^5 \text{ หรือ } 3^{2+3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left\{\left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right)\right\} \times \left\{\left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right)\right\}$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^5 \text{ หรือ } \left(\frac{1}{3}\right)^{3+2}$$

การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเดียวกันและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกเป็นไปตามสมบัติของการคูณเลขยกกำลังดังนี้

เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ m และ n แทนจำนวนเต็มบวก $a^m \times a^n = a^{m+n}$

แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงเขียนจำนวนที่แทนด้วยสัญลักษณ์ต่อไปนี้

$$1.1 \quad 2^5 \times 2^6 = \dots = \dots$$

$$1.2 \quad 2^5 \times 3^2 = \dots = \dots$$

$$1.3 \quad (2 \times 3)^3 = \dots = \dots$$

$$1.4 \quad (0.75)^2 = \dots = \dots$$

$$1.5 \quad \left(\frac{-1}{3}\right)^2 \times 3^2 = \dots = \dots$$

$$1.6 \quad (-3 \times 2)^3 = \dots = \dots$$

$$1.7 \quad \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4 = \dots = \dots$$

$$1.8 \quad \left(\frac{1}{7}\right)^6 \times \left(\frac{7}{2}\right)^5 = \dots = \dots$$

$$1.9 \quad (0.5)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \dots = \dots$$

$$1.10 \quad (-11)^2 (-11)^3 = \dots = \dots$$

2. จงเขียนผลคูณของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

$$2.1 \quad 2^2 \times 2^3 \times 2^7 = \dots = \dots$$

$$2.2 \quad (-3)^3 \times (-3) \times (-3)^5 = \dots = \dots$$

$$2.3 \quad 5 \times 625 \times 5^2 = \dots = \dots$$

$$2.4 \quad 121 \times 11 \times 11^2 = \dots = \dots$$

$$2.5 \quad (-3)^4 \times (-3)^3 \times (-3)^7 = \dots = \dots$$

3.2 การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

การหารเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเดียวกันและฐานไม่เท่ากับศูนย์มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกในรูปของ $a^m \div a^n$ จะพิจารณาเป็น 3 กรณี คือ เมื่อ $m > n$, $m = n$ และ $m < n$ ดังนี้

กรณีที่ 1 $a^m \div a^n$ เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m, n แทนจำนวนเต็มบวก และ $m > n$ พิจารณาการหารเลขยกกำลังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{2^5}{2^2} &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} \\ &= 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^3 \text{ หรือ } 2^{5-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \frac{3^7}{3^5} &= \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= 3^2 \text{ หรือ } 3^{7-5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad \frac{(-5)^8}{(-5)^3} &= \frac{(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)}{(-5)(-5)(-5)} \\ &= (-5)(-5)(-5)(-5)(-5) \\ &= (-5)^5 \text{ หรือ } (-5)^{8-3} \end{aligned}$$

จากการหารเลขยกกำลังข้างต้นจะเห็นว่า ผลหารเป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเต็ม และเลขชี้กำลังเท่ากับเลขชี้กำลังของตัวตั้ง ลบด้วยเลขชี้กำลังของตัวหาร ซึ่งเป็นไปตามสมบัติของการหารเลขยกกำลังดังนี้

เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m, n แทนจำนวนเต็มบวก และ $m > n$ $a^m \div a^n = a^{m-n}$
--

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลัพธ์ $5^{10} \div 5^4$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{5^{10}}{5^4} &= 5^{10-4} \\ &= 5^6 \\ \text{ตอบ} \quad &5^6 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลลัพธ์ $(0.2)^6 \div (0.2)^3$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{(0.2)^6}{(0.2)^3} &= (0.2)^{6-3} \\ &= (0.2)^3 \\ &= (0.2)(0.2)(0.2) \\ &= 0.008 \\ \text{ตอบ} \quad &0.008 \end{aligned}$$

กรณีที่ 2 $a^m \div a^n$ เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m, n แทนจำนวนเต็มบวก และ $m = n$ พิจารณา $5^4 \div 5^4$

$$\begin{aligned} \text{ถ้าใช้บทนิยามของเลขยกกำลังจะได้} \quad \frac{5^4}{5^4} &= \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5} \\ &= 1 \end{aligned}$$

ถ้าลองใช้สมบัติของการหารเลขยกกำลัง $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$ ในกรณีที่ $m = n$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{5^4}{5^4} &= 5^{4-4} \\ &= 5^0 \end{aligned}$$

แต่จากการใช้บทนิยามของเลขยกกำลังดังที่แสดงไว้ข้างต้น เราได้ว่า $5^4 \div 5^4 = 1$

ดังนั้น เพื่อให้สมบัติของการหารเลขยกกำลัง $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ใช้ได้ในกรณีที่ $m = n$ ด้วยจึงต้องให้ $5^0 = 1$ ในกรณีทั่วไปมีบทนิยามของ a^0 ดังนี้

บทนิยาม เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ $a^0 = 1$

จะเห็นว่า $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$ เป็นจริงในกรณีที่ $m = n$ ด้วย

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลัพธ์ $\frac{7^3 \times 7^5}{7^8}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{7^3 \times 7^5}{7^8} &= \frac{7^{3+5}}{7^8} \\ &= \frac{7^8}{7^8} \\ &= 7^{8-8} \\ &= 7^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

ตอบ 1

กรณีที่ 3 $a^m \div a^n$ เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m, n แทนจำนวนเต็มบวก และ $m < n$ พิจารณา $2^5 \div 2^8$ ถ้าใช้บทนิยามของเลขยกกำลัง

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{2^5}{2^8} &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2} \\ &= \frac{1}{2^3} \end{aligned}$$

ถ้าลองใช้สมบัติของการหารเลขยกกำลัง $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$ ในกรณีที่ $m < n$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{2^5}{2^8} &= 2^{5-8} \\ &= 2^{-3} \end{aligned}$$

แต่จากการใช้บทนิยามของเลขยกกำลังข้างต้น เราได้ว่า $2^5 \div 2^8 = \frac{1}{2^3}$ ดังนั้นเพื่อให้สมบัติของการหารเลขยกกำลัง $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ใช้ได้ในกรณีที่ $m < n$ ด้วยจึงต้องให้ $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$ ในกรณีอื่นๆ ไปมีบทนิยามของ a^{-n} ดังนี้

บทนิยาม เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์และ n แทนจำนวนเต็มบวก

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลัพธ์ $\frac{11^6 \times 11^4 \times 11^7}{11^{13} \times 11^3 \times 11^2}$ ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นบวก

$$\text{วิธีทำ } \frac{11^6 \times 11^4 \times 11^7}{11^{13} \times 11^3 \times 11^2} = \frac{11^{6+4+7}}{11^{13+3+2}}$$

$$= \frac{11^{17}}{11^{18}}$$

$$= 11^{17-18}$$

$$= 11^{-1}$$

$$= \frac{1}{11}$$

$$\text{ตอบ } \frac{1}{11}$$

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงหาผลลัพธ์

1.1 $2^9 \div 2^2$

1.2 $3^6 \div 3$

1.3 $11^3 \div 11^6$

1.4 $\left(\frac{1}{5}\right)^4 \div \left(\frac{1}{5}\right)^2$

1.5 $(0.03)^5 \div (0.03)^4$

1.6 $(0.8)^5 \div \left(\frac{4}{5}\right)^7$

1.7 $(5^3 \times 5^4) \div 5^7$

1.8 $(7^6 \times 7) \div 7^4$

1.9 $13^2 \times (13^4 \div 13^5)$

1.10 $(m^6 \div m^7) \times m^4$ เมื่อ $m \neq 0$

2. จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้ในรูปที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

2.1 $5^3 \times 5^{-4}$

2.2 $\frac{3^8 \times 3^{-6}}{3^2}$

2.3 $4^{-6} \div 4$

2.4 $\frac{2^6 \times 2^{-1}}{(-2)^0}$

2.5 $\frac{(1.5)^2}{(1.5)^3}$

2.6 $x^2 \div x^5$ เมื่อ $x \neq 0$

2.7 $(a^3 \times a) \div (a^0 \times a^5)$ เมื่อ $a \neq 0$

2.8 $\frac{m^{-7}}{m^{-5}}$ เมื่อ $m \neq 0$

บทที่ 4

อัตราส่วนและร้อยละ

สาระสำคัญ

1. อัตราส่วนเป็นการเปรียบเทียบปริมาณ 2 ปริมาณขึ้นไป จะมีหน่วยเหมือนกัน หรือต่างกันได้
2. ร้อยละเป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่ง ต่อ 100

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. บอกและกำหนดอัตราส่วนได้
2. สามารถคำนวณสัดส่วนได้
3. สามารถหาค่าร้อยละได้
4. สามารถแก้โจทย์ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละได้

ขอบข่ายเนื้อหา

เรื่องที่ 1 อัตราส่วน

เรื่องที่ 2 สัดส่วน

เรื่องที่ 3 ร้อยละ

เรื่องที่ 4 การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ

เรื่องที่ 1 อัตราส่วน

อัตราส่วน (Ratio) ใช้เปรียบเทียบปริมาณ 2 ปริมาณ หรือมากกว่าก็ได้ โดยที่ปริมาณ 2 ปริมาณที่นำมาเปรียบเทียบกันนั้นจะมีหน่วยเหมือนกัน หรือต่างกันก็ได้

บทนิยาม อัตราส่วนของปริมาณ a ต่อ ปริมาณ b เขียนแทนด้วย $a : b$ หรือ $\frac{a}{b}$

เรียก a ว่า จำนวนแรกหรือจำนวนที่หนึ่งของอัตราส่วน

เรียก b ว่า จำนวนหลังหรือจำนวนที่สองของอัตราส่วน

(อัตราส่วน $a : b$ หรือ $\frac{a}{b}$ อ่านว่า a ต่อ b)

การเขียนอัตราส่วน มี 2 แบบ

1. ปริมาณ 2 ปริมาณมีหน่วยเหมือนกัน

เช่น โต๊ะตัวหนึ่งมีความกว้าง 50 เซนติเมตร ยาว 120 เซนติเมตร

เขียนเป็นอัตราส่วนได้ว่า

ความกว้างต่อความยาวของโต๊ะ เท่ากับ $50 : 120$

2. ปริมาณสองปริมาณมีหน่วยต่างกัน

เช่น นมเปรี้ยว 4 กล่อง ราคา 23 บาท

เขียนเป็นอัตราส่วนได้ว่า

อัตราส่วนของนมเปรี้ยวเป็นกล่องต่อราคาเป็นบาท เป็น $4 : 23$

ตัวอย่างเช่น

ถ้าเป็นปริมาณที่มีหน่วยเหมือนกัน อัตราส่วนจะไม่มีหน่วยเขียนกำกับ เช่น

มานะหนัก 25 กิโลกรัม มานีหนัก 18 กิโลกรัม

จะกล่าวว่าอัตราส่วนของน้ำหนักของมานะต่อมานีเท่ากับ $25 : 18$ หรือ $\frac{25}{18}$

ถ้าเป็นปริมาณที่มีหน่วยต่างกัน อัตราส่วนจะต้องเขียนหน่วยแต่ละประเภทกำกับด้วย เช่น

สุดาสูง 160 เซนติเมตร หนัก 34 กิโลกรัม

อัตราส่วนความสูงต่อน้ำหนักของสุดา เท่ากับ $160 \text{ เซนติเมตร} : 34 \text{ กิโลกรัม}$

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเขียนอัตราส่วนจากข้อความต่อไปนี้

1). ระยะทางในแผนที่ 1 เซนติเมตร แทนระยะทางจริง 100 กิโลเมตร

.....

2). รถยนต์แล่นได้ระยะทาง 200 กิโลเมตร ในเวลา 3 ชั่วโมง

.....

3). โรงเรียนแห่งหนึ่งมีครู 40 คน นักเรียน 1,000 คน

.....

4). อัตราการเต้นของหัวใจมนุษย์เป็น 72 ครั้งต่อนาที

.....

2. สลากกินแบ่งรัฐบาลแต่ละงวดเป็นเลข 6 หลัก เช่น 889748 ซึ่งมีหมายเลขต่างกันทั้งหมด

1,000,000 ฉบับ ในจำนวนทั้งหมดนี้มีสลากที่ถูกรางวัลเลขท้าย 2 ตัวทั้งหมด 10,000 ฉบับ ถูก

รางวัลเลขท้าย 3 ตัว 4,000 ฉบับ และถูกรางวัลที่ 1 อีก 1 ฉบับ

จงเขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบจำนวนต่อไปนี้

1) จำนวนที่ถูกรางวัลที่ 1 ต่อทั้งหมด

.....

2) จำนวนที่ถูกรางวัลเลขท้าย 3 ตัวต่อทั้งหมด

.....

3) จำนวนที่ถูกรางวัลเลขท้าย 2 ตัวต่อทั้งหมด

.....

4) อัตราส่วนของสลากที่ถูกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว ต่อเลขท้าย 3 ตัว

.....

3. พ่อค้าจัดลูกกวาดรสชาติขนาดเท่ากันลงในขวดโหลเดียวกัน โดยนับเป็นชุดดังนี้ “ลูกกวาดสีแดง 3 เม็ด สีเขียว 2 เม็ด สีเหลือง 5 เม็ด” จงหา

1) อัตราส่วนจำนวนลูกกวาดสีแดงต่อลูกกวาดทั้งหมด

.....

2) อัตราส่วนของจำนวนลูกกวาดสีแดงต่อลูกกวาดสีเหลือง

.....

3) ถ้าสุ่มหยิบลูกกวาดขึ้นมาจากโหลจำนวน 5 เม็ด น่าจะได้ลูกกวาดสีใดมากที่สุด เพราะเหตุใด

.....

.....

อัตราส่วนที่เท่ากัน

การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ ทำได้โดยการคูณหรือหารอัตราส่วนทั้งตัวแรกและตัวที่สองด้วยจำนวนเดียวกัน ตามหลักการ ดังนี้

 หลักการคูณ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

$$\text{นั่นคือ } \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a \times d}{b \times d} \text{ เมื่อ } c \neq 0 \text{ และ } d \neq 0$$

 หลักการหาร เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

$$\text{นั่นคือ } \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c} = \frac{a \div d}{b \div d} \text{ เมื่อ } c \neq 0 \text{ และ } d \neq 0$$

ตัวอย่าง

จงหาอัตราส่วนอีก 3 อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนด

วิธีทำ $3 : 4$ หรือ $\frac{3}{4}$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{27}{36}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 11}{4 \times 11} = \frac{33}{44}$$

 ดังนั้น $\frac{12}{16}$, $\frac{27}{36}$, $\frac{33}{44}$ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $3 : 4$

การตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนใดๆ ทำได้โดยใช้ลักษณะการคูณไขว้ ได้โดยใช้วิธีดังนี้

เมื่อ a, b, c และ d เป็นจำนวนนับ

1) ถ้า $a \times d = b \times c$ แล้ว $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

2) ถ้า $a \times d \neq b \times c$ แล้ว $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$

ตัวอย่าง จงตรวจสอบว่าอัตราส่วนในแต่ละข้อต่อไปนี้เท่ากันหรือไม่

1) $\frac{3}{4}$ และ $\frac{5}{6}$

2) $\frac{26}{30}$ และ $\frac{39}{45}$

1) พิจารณาการคูณไขว้ของ $\frac{3}{4}$ และ $\frac{5}{6}$

เนื่องจาก $3 \times 6 = 18$

$4 \times 5 = 20$

ดังนั้น $3 \times 6 \neq 4 \times 5$

นั่นคือ $\frac{3}{4} \neq \frac{5}{6}$

2) พิจารณาการคูณไขว้ของ $\frac{26}{30}$ และ $\frac{39}{45}$

เนื่องจาก $26 \times 45 = 1,170$

$30 \times 39 = 1,170$

ดังนั้น $26 \times 45 = 30 \times 39$

นั่นคือ $\frac{26}{30} = \frac{39}{45}$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. ถ้าอัตราการแลกเปลี่ยนเงินดอลลาร์ต่อเงินหนึ่งบาทเท่ากับ 1 : 43 จงเติมราคาเงินในตาราง

เงินดอลลาร์	1	2	3	10	20
เงินบาท					

2. จงเขียนอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ต่อไปนี้มาอีก 3 อัตราส่วน

1) $\frac{2}{3} = \dots\dots\dots$

2) $\frac{5}{9} = \dots\dots\dots$

3. จงตรวจสอบว่าอัตราส่วนต่อไปนี้เท่ากันหรือไม่

อัตราส่วนที่กำหนดให้	พิจารณาการคูณไขว้	ผลการตรวจสอบ
1) $\frac{5}{6}$ กับ $\frac{10}{12}$	$5 \times 12 = 10 \times 6$ เพราะ $60 = 60$	$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$
2) $\frac{3}{4}$ กับ $\frac{4}{5}$	$3 \times 5 \neq 4 \times 4$ เพราะ $15 \neq 16$	$\frac{3}{4} \neq \frac{4}{5}$
3) $\frac{6}{8}$ กับ $\frac{7}{9}$		
4) $\frac{12}{10}$ กับ $\frac{18}{15}$		
5) $\frac{0.3}{10}$ กับ $\frac{6}{200}$		

4. จงทำให้อัตราส่วนต่อไปนี้ มีหน่วยเดียวกันและอยู่ในรูปอย่างง่าย

ตัวอย่าง อัตราส่วนความกว้างต่อความยาวของโต๊ะเป็น 50 เซนติเมตร : 1.2 เมตร
มีความหมายเหมือนกับ
50 เซนติเมตร : 1.2×100 เซนติเมตร
ดังนั้น อัตราส่วนความกว้างต่อความยาวของโต๊ะเป็น 50 : 120 หรือ 5 : 12

1) อัตราส่วนของจำนวนวันที่นาย ก. ทำงาน ต่อชั่วโมงที่นาย ข. ทำงาน เป็น 2 วัน : 10 ชั่วโมง
ดังนั้น อัตราส่วนเวลาที่นาย ก. ทำงาน ต่อเวลาที่นาย ข. ทำงานเป็น

.....
.....

2) อัตราส่วนของระยะทางจากบ้านไปตลาด ต่อระยะทางจากบ้านไปโรงเรียนเป็น 200 เมตร : 1.5 กิโลเมตร
ดังนั้น อัตราส่วนของระยะทางจากบ้านไปตลาด ต่อระยะทางจากบ้านไปโรงเรียนเป็น

.....
.....

แบบฝึกหัดที่ 3

1. พ่อบแบ่งเงินให้ลูกสามคนโดยกำหนด

อัตราส่วนของจำนวนเงินลูกคนโต ต่อคนกลาง ต่อคนเล็กเป็น 5 : 3 : 2 จงหาอัตราส่วนต่อไปนี้

1) อัตราส่วนจำนวนเงินที่ลูกคนโตได้รับต่อลูกคนเล็ก

.....

.....

2) อัตราส่วนจำนวนเงินที่ลูกคนเล็กได้รับต่อลูกคนกลาง

.....

3) อัตราส่วนจำนวนเงินที่ลูกคนกลางได้รับต่อเงินทั้งหมด

.....

4) อัตราส่วนจำนวนเงินที่ลูกคนเล็กได้รับต่อเงินทั้งหมด

.....

2. เศรษฐีคนหนึ่งได้เขียนพินัยกรรมไว้ก่อนจะเสียชีวิตว่า ถ้าภรรยาที่กำลังตั้งครรภ์คลอดลูกเป็นชาย ให้แบ่งเงินในพินัยกรรมเป็นอัตราส่วนเงินของภรรยาต่อบุตรชายเป็น 1 : 2 แต่ถ้าคลอดลูกเป็นหญิง ให้แบ่งเงินในพินัยกรรมเป็นอัตราส่วนเงินของภรรยาต่อบุตรหญิงเป็น 2 : 1 เมื่อเศรษฐีคนนี้เสียชีวิตลงปรากฏว่าภรรยาคลอดลูกแฝด เป็นชาย 1 คน หญิง 1 คน จงหาอัตราส่วนของเงินในพินัยกรรมของภรรยาต่อบุตรชาย ต่อบุตรหญิง

.....

.....

.....

.....

.....

เรื่องที่ 2 สัดส่วน

สัดส่วนเป็นการเขียนแสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน

เช่น $a : b = c : d$ หรือ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ อ่านว่า เอต่อบี เท่ากับ ซีต่อดี

ตัวอย่างที่ จงหาค่า m ในสัดส่วน $\frac{3}{m} = \frac{5}{12}$

วิธีที่ 1

$$\frac{3}{m} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{3}{m} = \frac{5 \times \frac{3}{5}}{12 \times \frac{3}{5}} \quad (\text{ทำเศษให้เท่ากับ 3 โดยคูณด้วย } \frac{3}{5})$$

$$\frac{3}{m} = \frac{3}{7.2}$$

ดังนั้น m มีค่าเท่ากับ 7.2

วิธีที่ 2

$$\frac{3}{m} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{3 \times 12}{5} = m \quad (\text{คูณไขว้})$$

ดังนั้น $m = 7.2$

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงเขียนสัดส่วนจากอัตราส่วนต่อไปนี้

- 1) 3 ต่อ 4 เท่ากับ 6 ต่อ 8
- 2) A ต่อ 7 เท่ากับ 9 ต่อ 27
- 3) 12 ต่อ 10 เท่ากับ B ต่อ 5
- 4) 5 ต่อ 4 เท่ากับ 65 ต่อ D

2. จงหาค่าตัวแปรจากสัดส่วนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $\frac{A}{3} = \frac{12}{15}$

.....

2) $\frac{3}{B} = \frac{21}{28}$

.....

การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สัดส่วน

ในชีวิตประจำวันเราจะพบสถานการณ์ที่ต้องแก้ไขปัญหาโดยใช้หลักการคิดคำนวณ เช่น

กำหนดอัตราส่วนของเครื่องดื่มโกโก้สำเร็จรูป 1 ถ้วย ต่อผงโกโก้ 2 ช้อนโต๊ะ ต่อน้ำตาล 1 ช้อนโต๊ะ ต่อน้ำดื่มสุก 1 ถ้วย เท่ากับ $1 : 2 : 1 : 1$

ถ้ามีผงโกโก้ทั้งหมด 30 ช้อนโต๊ะ

สมมติว่า ชงเครื่องดื่มได้ A ถ้วย ใช้น้ำตาล B ช้อนโต๊ะ ครีมเทียม C ช้อนโต๊ะ และน้ำดื่มสุก D ถ้วย

ดังนั้น อัตราส่วนของจำนวนถ้วยโกโก้ที่ชงได้ต่อจำนวนผงโกโก้ เท่ากับ 1 ถ้วย ต่อ 2 ช้อนโต๊ะ หรือ A ถ้วย ต่อ 30 ช้อนโต๊ะ

$$\text{นั่นคือ} \quad 1 : 2 = A : 30$$

$$\text{หรือ} \quad \frac{1}{2} = \frac{A}{30}$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad 1 \times 30 = A \times 2$$

$$A = 15$$

ดังนั้น ผงโกโก้ 30 ช้อนโต๊ะ จะชงเครื่องดื่มได้ 15 ถ้วย

ตัวอย่าง ซื้อส้มโอมา 3 ลูก ราคา 50 บาท ถ้ามีเงิน 350 บาท จะซื้อส้มโอในอัตราเดิมได้กี่ลูก

วิธีทำ สมมติ มีเงิน 350 บาท ซื้อส้มโอได้ A ลูก

ราคาของส้มโอ 50 บาท ซื้อได้ 3 ลูก

$$\frac{\text{จำนวนส้มโอ}}{\text{ราคาส้มโอ}} = \frac{A}{350} = \frac{3}{50}$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad A \times 50 = 3 \times 350$$

$$\frac{A \times 50}{50} = \frac{3 \times 350}{50}$$

$$A = 21$$

จะซื้อส้มโอได้ 21 ลูก

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible][illegible]

เรื่องที่ 3 ร้อยละ

ในชีวิตประจำวัน ผู้เรียนจะเห็นว่าเราเกี่ยวข้องกับร้อยละอยู่เสมอ เช่น การซื้อขาย กำไรขาดทุน การลดหรือการเพิ่มที่คิดเป็นร้อยละ การคิดภาษีมูลค่าเพิ่ม ฯลฯ

คำว่า ร้อยละ หรือ เปอร์เซนต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100 เช่น

$$\text{ร้อยละ 50 หรือ 50\% เขียนแทนด้วย } 50:100 \text{ หรือ } \frac{50}{100}$$

$$\text{ร้อยละ 7 หรือ 7\% เขียนแทนด้วย } 7:100 \text{ หรือ } \frac{7}{100}$$

การเขียนอัตราส่วนใดให้อยู่ในรูปร้อยละ จะต้องเขียนอัตราส่วนนั้นให้อยู่ในรูปที่มีจำนวนหลังอัตราส่วนเป็น 100 ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\%$$

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$$

การเขียนร้อยละให้เป็นอัตราส่วนทำได้โดยเขียนอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังเป็น 100 ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$33\% = \frac{33}{100}$$

$$25.75\% = \frac{25.75}{100} = \frac{2575}{10000} = \frac{103}{400}$$

ตัวอย่าง จงเขียน $\frac{3}{7}$ ให้อยู่ในรูปร้อยละ

วิธีทำ วิธีที่ 1 ทำให้อัตราส่วน $\frac{3}{7}$ โดยมีจำนวนหลังของอัตราส่วนเป็น 100

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times \frac{100}{7}}{7 \times \frac{100}{7}} = \frac{300}{100}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{3}{7} \text{ คิดเป็นร้อยละ } \frac{300}{7} \text{ หรือ } \frac{300}{7}\%$$

$$\text{วิธีที่ 2} \quad \text{สมมติ } \frac{3}{7} = \text{ร้อยละ A หรือ } \frac{A}{100}$$

$$3 \times 100 = A \times 7$$

$$A = \frac{3 \times 100}{7} = \frac{300}{7}$$

การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ

ผู้เรียนเคยคำนวณโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละมาแล้วโดยไม่ได้ใช้สัดส่วน ต่อไปนี้จะเป็นการนำความรู้เรื่องสัดส่วนมาใช้คำนวณเกี่ยวกับร้อยละ ซึ่งจะพบใน 3 ลักษณะ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. 25% ของ 60 เท่ากับเท่าไร หมายความว่า ถ้ามี 25 ส่วนใน 100 ส่วน แล้วจะมีกี่ส่วนใน 60 ส่วน

ให้มี a ส่วนใน 60 ส่วน

$$\text{เขียนสัดส่วนได้ดังนี้ } \frac{a}{60} = \frac{25}{100}$$

$$\text{จะได้ } a \times 100 = 60 \times 25$$

$$a = \frac{60 \times 25}{100}$$

$$\text{ดังนั้น } a = 15$$

นั่นคือ 25% ของ 60 คือ 15

2. 9 เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ 45 หมายความว่า ถ้ามี 9 ส่วนใน 45 ส่วน แล้วจะมีกี่ส่วนใน 100 ส่วน

ให้ 9 เป็น $x\%$ ของ 45

$$x\% \text{ หมายถึง } \frac{x}{100}$$

$$\text{เขียนสัดส่วนได้ดังนี้ } \frac{9}{45} = \frac{x}{100}$$

$$\text{จะได้ } 9 \times 100 = 45 \times x$$

$$x = \frac{9 \times 100}{45}$$

$$\text{ดังนั้น } x = 20$$

นั่นคือ 9 เป็น 20% ของ 45

3. 8 เป็น 25% ของจำนวนใด หมายความว่า ถ้ามี 25 ส่วนใน 100 ส่วน แล้วจะมี 8 ส่วนในกี่ส่วน

ให้ 8 เป็น 25% ของ y

$$\text{เขียนสัดส่วนได้ดังนี้ } \frac{8}{y} = \frac{25}{100}$$

$$\text{จะได้ } 8 \times 100 = y \times 25$$

$$y = \frac{8 \times 100}{25}$$

$$\text{ดังนั้น } y = 32$$

นั่นคือ 8 เป็น 25% ของ 32

แบบฝึกหัดที่ 6

1. จงแสดงวิธีหาคำตอบ

1) 15% ของ 600 เท่ากับเท่าไร

.....

.....

.....

.....

2) 120% ของ 40 เท่ากับเท่าไร

.....

.....

.....

.....

3) 28 คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ ของ 400

.....

.....

.....

.....

4) 1.5 เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ 6

.....

.....

.....

.....

5) 180 เป็น 30 % ของจำนวนใด

.....

.....

.....

.....

6) 0.125 เป็น 25% ของจำนวนใด

.....

.....

.....

.....

เรื่องที่ 4 การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ

ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างโจทย์ปัญหาและวิธีแก้ปัญหาลักษณะร้อยละ โดยใช้สัดส่วนหรืออัตราส่วน ต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1 ในหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีคนอาศัยอยู่ 1,200 คน 6% ของจำนวนคนที่อาศัยอยู่ในหมู่บ้านทำงานในโรงงานสับปะรดกระป๋อง จงหาจำนวนคนงานที่ทำงานในโรงงานแห่งนี้

วิธีทำ

ให้จำนวนคนที่ทำงานในโรงงานสับปะรดกระป๋อง เป็น s คน

อัตราส่วนของจำนวนคนที่ทำงานในโรงงานต่อจำนวนคนทั้งหมด เป็น $\frac{s}{1,200}$

อัตราส่วนดังกล่าวคิดเป็น $6\% = \frac{6}{100}$

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้ $\frac{s}{1,200} = \frac{6}{100}$

จะได้ $s \times 100 = 1,200 \times 6$
 $s = \frac{1,200 \times 6}{100}$

ดังนั้น $s = 72$

นั่นคือ จำนวนคนงานที่ทำงานในโรงงานสับปะรดกระป๋องเป็น 72 คน

ตอบ 72 คน

ตัวอย่างที่ 2

โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียน 1,800 คน นักเรียนคนที่หนักเกิน 60 กิโลกรัมมีอยู่ 81 คน จงหาว่า จำนวนนักเรียนที่หนักเกิน 60 กิโลกรัม คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีทำ

ให้จำนวนนักเรียนที่หนักเกิน 60 กิโลกรัม เป็น $n\%$ ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้ $\frac{n}{100} = \frac{81}{1,800}$

จะได้ $n \times 1,800 = 100 \times 81$
 $n = \frac{100 \times 81}{1,800}$

ดังนั้น $n = 4.5$

นั่นคือ จำนวนนักเรียนที่หนักเกิน 60 กิโลกรัมคิดเป็น 4.5% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตอบ 4.5 เปอร์เซ็นต์

4. แผนผังสนามหญ้าแห่งหนึ่งกว้าง 5 เซนติเมตร ยาว 8 เซนติเมตร ใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร : 50 เมตร จงหาว่าสนามหญ้าแห่งนี้มีพื้นที่เท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. นกน้อยฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 3 ต่อปี คิดดอกเบี้ยทบต้น ทุก 12 เดือนและถูกหักภาษีดอกเบี้ย 15% ถ้านกน้อยฝากเงินไว้ 10,000 บาท ครบ 2 ปี จะมีเงินในบัญชีเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. วีระซื้อรถยนต์มาคันหนึ่งราคา 200,000 บาท นำไปขายต่อได้กำไรร้อยละ 20 ต่อมาเอาเงินทั้งหมดไปเล่นหุ้นขาดทุนร้อยละ 20 วีระจะมีเงินเหลือจากการเล่นหุ้นเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

บทที่ 5

การวัด

สาระสำคัญ

1. การวัดความยาวพื้นที่ ที่มีหน่วยต่างกันสามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้
2. เครื่องมือการวัด ต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับสิ่งที่วัด
3. การคาดคะเนเกิดจากประสบการณ์ของผู้สังเกตเป็นสำคัญ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. บอกการเปรียบเทียบหน่วยความยาวพื้นที่ในระบบเดียวกันและต่างระบบได้
2. เลือกใช้หน่วยการวัดเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ได้อย่างเหมาะสม
3. แสดงการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตได้
4. สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่สถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้
5. อธิบายวิธีการคาดคะเนและนำวิธีการไปใช้ในการคาดคะเนเวลา ระยะทาง ขนาด น้ำหนัก

ขอบข่ายเนื้อหา

- เรื่องที่ 1 การเปรียบเทียบหน่วยความยาวและพื้นที่
- เรื่องที่ 2 การเลือกใช้หน่วยการวัด ความยาวและพื้นที่
- เรื่องที่ 3 การหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิต
- เรื่องที่ 4 การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ในสถานการณ์ต่าง ๆ
- เรื่องที่ 5 การคาดคะเนเวลา ระยะทาง ขนาด น้ำหนัก

เรื่องที่ 1 การเปรียบเทียบหน่วยความยาวและพื้นที่

การวัด

การวัดเป็นเรื่องที่มีความสำคัญ และจำเป็นต่อชีวิตประจำวันอย่างมากในทุกยุคทุกสมัย ในแต่ละถิ่นฐานแต่ละประเทศ จะมีหน่วยการวัดที่แตกต่างกันออกไป และเมื่อโลกเจริญก้าวหน้าทั้งด้านเทคโนโลยีและการสื่อสาร จึงมีความจำเป็นที่ต้องมีความชัดเจนของการสื่อสารความหมายเกี่ยวกับปริมาณของการวัด หน่วยการวัด เพื่อให้เกิดความสะดวกในการนำมาเปรียบเทียบ และเพื่อประโยชน์ในการใช้งาน

โดยทั่วไปคนเรามักจะคุ้นเคยกับการวัด หมายถึง การชั่ง การตวง การวัดความยาว การจับเวลา เป็นต้น ในความเป็นจริงนั้นการวัดมีหลายอย่างเช่น

1. การวัดความยาว มีหน่วยเป็น มิลลิเมตร เซนติเมตร นิ้ว ฟุต เมตร กิโลเมตร
2. การวัดพื้นที่ มีหน่วยเป็น ตารางวา ตารางเมตร งาน ไร่
3. การชั่ง มีหน่วยเป็น กรัม จีด ปอนด์ ตัน
4. การตวง มีหน่วยเป็น ลูกบาศก์เซนติเมตร ลิตร ถัง
5. การวัดอุณหภูมิ มีหน่วยเป็น องศาเซลเซียส องศาฟาเรนไฮต์
6. การวัดเวลา มีหน่วยเป็น วินาที นาที ชั่วโมง วัน ปี
7. การวัดความเร็วหรืออัตราเร็ว มีหน่วยเป็น กิโลเมตร/ชั่วโมง

1.1 การเปรียบเทียบการวัดความยาว

หน่วยการวัดความยาวที่นิยมใช้กันในประเทศไทย

หน่วยการวัดความยาวในระบบอังกฤษ

12	นิ้ว	เท่ากับ	1	ฟุต
3	ฟุต	เท่ากับ	1	หลา
1,760	หลา	เท่ากับ	1	ไมล์

หน่วยการวัดความยาวในระบบเมตริก

10	มิลลิเมตร	เท่ากับ	1	เซนติเมตร
100	เซนติเมตร	เท่ากับ	1	เมตร
1,000	เมตร	เท่ากับ	1	กิโลเมตร

หน่วยการวัดความยาวในมาตราไทย

12	นิ้ว	เท่ากับ	1	คืบ
2	คืบ	เท่ากับ	1	ศอก

4	ศอก	เท่ากับ 1	วา
20	วา	เท่ากับ 1	เส้น
400	เส้น	เท่ากับ 1	โยชน์
กำหนดการเทียบ	1 วา	เท่ากับ 2	เมตร

หน่วยการวัดความยาวในระบบอังกฤษเทียบกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)

1	นิ้ว	เท่ากับ 2.54	เซนติเมตร
1	หลา	เท่ากับ 0.9144	เมตร
1	ไมล์	เท่ากับ 1.6093	กิโลเมตร

ตัวอย่าง การเปรียบเทียบหน่วยการวัดในระบบเดียวกันและต่างระบบกัน

1. สูดาสสูง 160 เซนติเมตร อยากทราบว่าสูดาสสูงกี่เมตร

เนื่องจาก 100 เซนติเมตร เท่ากับ 1 เมตร และสูดาสสูง 160 เซนติเมตร

$$\text{ดังนั้น สูดาสสูง } \frac{160}{100} = 1.60 \text{ เมตร}$$

2. ความกว้างของรั้วบ้านด้านติดถนนเป็น 1.05 กิโลเมตร อยากทราบว่าความกว้างของรั้ว

บ้านด้านติดกับถนนเป็นกี่เมตร

เนื่องจาก 1 กิโลเมตร เท่ากับ 1,000 เมตร และรั้วบ้านกว้าง 1.05 กิโลเมตร

$$\text{ดังนั้น ความกว้างของรั้วบ้านเป็น } 1.05 \times 1,000 = 1,050 \text{ เมตร}$$

1.2 การเปรียบเทียบการวัดพื้นที่

หน่วยการวัดพื้นที่ที่สำคัญ ที่ควรรู้จัก

หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบเมตริก

1	ตารางเซนติเมตร	เท่ากับ 100	หรือ 10^2	ตารางมิลลิเมตร
1	ตารางเมตร	เท่ากับ 10,000	หรือ 10^4	ตารางเซนติเมตร
1	ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ 1,000,000	หรือ 10^6	ตารางเมตร

หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษ

1	ตารางฟุต	เท่ากับ 144	หรือ 12^2	ตารางนิ้ว
1	ตารางหลา	เท่ากับ 9	หรือ 3^2	ตารางนิ้ว
1	เอเคอร์	เท่ากับ 4,840	ตารางหลา	
1	ตารางไมล์	เท่ากับ 640	เอเคอร์	
หรือ 1	ตารางไมล์	เท่ากับ 1,760 ²	ตารางหลา	

หน่วยการวัดพื้นที่ในมาตราไทย

	100	ตารางวา	เท่ากับ	1	งาน
	4	งาน	เท่ากับ	1	ไร่
หรือ	400	ตารางวา	เท่ากับ	1	ไร่

หน่วยการวัดพื้นที่ในมาตราไทยเทียบกับระบบเมตริก

	1	ตารางวา	เท่ากับ	4	ตารางเมตร
	1	งาน	เท่ากับ	400	ตารางเมตร
หรือ	1	ไร่	เท่ากับ	1,600	ตารางเมตร
	1	ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	625	ไร่

หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)

	1	ตารางนิ้ว	เท่ากับ	6.4516	ตารางเซนติเมตร
	1	ตารางฟุต	เท่ากับ	0.0929	ตารางเมตร
	1	ตารางหลา	เท่ากับ	0.8361	ตารางเมตร
	1	เอเคอร์	เท่ากับ	4046.856	ตารางเมตร (2.529 ไร่)
	1	ตารางไมล์	เท่ากับ	2.5899	ตารางกิโลเมตร

ตัวอย่าง

- ที่ดิน 12.5 ตารางกิโลเมตร คิดเป็นกี่ตารางเมตร

เนื่องจากพื้นที่ 1 ตารางกิโลเมตร เท่ากับ 10^6 ตารางเมตร

ดังนั้นพื้นที่ 12.5 ตารางกิโลเมตร เท่ากับ 12.5×10^6

$$= 1.25 \times 10^7 \text{ ตารางเมตร}$$

ตอบ 1.25×10^7 ตารางเมตร

- พื้นที่ชั้นล่างของบ้านรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 วา ยาว 12 วา ผู้รับเหมาก่อสร้างพื้นที่คิดค่าปูพื้นตารางเมตรละ 37 บาท จะต้องเสียค่าปูพื้นเป็นเงินเท่าไร

พื้นที่ชั้นล่างของบ้านมีความกว้าง 6 วา

ความยาว 12 วา

ดังนั้น พื้นที่ชั้นล่างของบ้านมีพื้นที่เป็น $6 \times 12 = 72$ ตารางวา

พื้นที่ 1 ตารางวา เท่ากับ 4 ตารางเมตร

ถ้าคิดพื้นที่เป็นตารางเมตร พื้นที่ชั้นล่างของบ้านมีพื้นที่เป็น

$$72 \times 4 = 288 \text{ ตารางเมตร}$$

ดังนั้น เสียค่าปูพื้นเป็นเงิน $288 \times 37 = 10,656$ บาท

ตอบ 10,656 บาท

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเติมหน่วยความยาวหรือหน่วยพื้นที่ที่เหมาะสมกับข้อความต่อไปนี้

- 1) ไม้อัดชนิตบางมีความหนาแผ่นละ 4
- 2) สมุดปกอ่อนมีความกว้าง 16.5ยาว 24.....หนา 4
- 3) จังหวัดเชียงใหม่และจังหวัดเลยอยู่ห่างกันประมาณ 1,600
- 4) สนามฟุตบอลแห่งหนึ่งมีความกว้าง 45 มีความยาว 90 และถ้าวิ่งรอบสนามแห่งนี้สามรอบ จะได้ระยะทาง 1
- 5) แผ่นดิสก์มีความกว้าง 9 ยาว 9.4 และหนา 3
- 6) กระดาษ A4 มีพื้นที่ประมาณ 630
- 7) ห้องเรียนมีพื้นที่ประมาณ 80
- 9) การวัดความยาวของที่ดินในประเทศไทยนิยมใช้หน่วยเป็น หรือ..... และอาจบอกจำนวนพื้นที่ของที่ดินตามมาตราไทยเป็นหรืออาจบอกโดยใช้มาตรเมตริกเป็น ก็ได้
- 10) แม่น้ำโขงช่วงจังหวัดมุกดาหารมีความกว้างประมาณ 200

2. จงเติมค่าลงในช่องว่างที่กำหนดให้ถูกต้อง

- 1) พื้นที่ 1 ไร่ เท่ากับ ตารางเมตร
- 2) พื้นที่ 17 ตารางเมตร คิดเป็นพื้นที่ ตารางเซนติเมตร
- 3) ที่ดิน 3,119 ตารางวา เท่ากับที่ดิน (ตอบเป็นไร่ งาน ตารางวา)
- 4) กระดาษแผ่นหนึ่งมีพื้นที่ 720 ตารางนิ้ว กระดาษแผ่นนี้มีพื้นที่ ตารางฟุต
- 5) พื้นที่ 2 ตารางกิโลเมตร คิดเป็นพื้นที่ ตารางเซนติเมตร (ตอบในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม)
- 6) สวนสาธารณะแห่งหนึ่งมีพื้นที่ 5 ไร่ 2 งาน 22 ตารางวา แล้วสวนสาธารณะแห่งนี้จะมีพื้นที่ ตารางวา
- 7) ที่นา 2,900,000 ตารางเมตร เท่ากับที่นา ตารางกิโลเมตร
- 8) โลหะแผ่นหนึ่งมีพื้นที่ 3 ตารางฟุต โลหะแผ่นนี้จะมีพื้นที่ ตารางนิ้ว
- 9) พื้นที่ 9.5 ตารางวา จะเท่ากับ ตารางเมตร
- 10) ลูกสอนมีที่ดินอยู่ 2 งาน 68 ตารางวา คิดเป็นพื้นที่ ตารางเมตร แล้วถ้าลูกสอนขายที่ดินไป ตารางเมตรละ 875 บาท ลูกสอนจะได้รับเงิน บาท แสดงว่าที่ดินของลูกสอน ราคาไร่ละ..... บาท

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

- 1) ส่วนหนึ่งมีพื้นที่ 4,800 ตารางเมตร คิดเป็นพื้นที่กี่ไร่
- 2) พื้นที่ 25 ตารางฟุต คิดพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร
- 3) ลูกแดงแบ่งที่ดินให้ลูกชาย 3 คน โดยแบ่งให้ลูกชายคนโตได้ 2 ไร่ ลูกชายคนกลาง 850 ตารางวา และลูกชายคนเล็กได้ 3,000 ตารางเมตร อยากทราบว่าใครได้ส่วนแบ่งที่ดินมากที่สุด
- 4) พื้นที่ 5,625 ไร่ คิดเป็นพื้นที่ กี่ตารางกิโลเมตร
- 5) สมเกียรติซื้อโลหะแผ่นชนิดหนึ่ง 3 ตารางเมตร ราคา 456 บาท สมนึกซื้อโลหะแผ่นชนิดเดียวกัน 4 ตารางหลา ราคา 567 บาท อยากทราบว่าใครซื้อได้ถูกกว่ากัน ตารางเมตรละกี่บาท (กำหนด 1 หลา = 90 เซนติเมตร)

เรื่องที่ 2 การเลือกใช้หน่วยการวัดความยาวและพื้นที่

การวัดความยาว หรือการวัดพื้นที่ ควรเลือกใช้หน่วยการวัดที่เป็นมาตรฐาน และเหมาะสมกับสิ่งที่ต้องการวัด เช่น

- ความหนาของกระเบื้องหรือความหนาของกระดาษ ใช้หน่วยวัดเป็น "มิลลิเมตร"
- ความยาวของกระเป๋าคือความสูงของนักเรียน ใช้หน่วยวัดเป็น "เซนติเมตร"
- ความยาวของถนน ความสูงของตึก ใช้หน่วยวัดเป็น "เมตร"
- ระยะทางจากกรุงเทพฯ ถึงนครศรีธรรมราช ใช้หน่วยวัดเป็น "กิโลเมตร"

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงเติมหน่วยการวัดที่เหมาะสมลงในช่องว่าง

1. ความยาวของรั้วโรงเรียน
2. ความหนาของหนังสือ
3. ระยะทางจากกรุงเทพฯ ถึงเชียงใหม่
4. น้ำหนักของแตงโม
5. เวลาที่นักเรียนใช้ในการวิ่งแข่งในระยะทาง 100 เมตร
6. อุณหภูมิห้อง
7. พื้นที่สวน
8. ปริมาณของน้ำ 1 เทือก
9. ส่วนสูงของนักเรียน
10. น้ำหนักของข้าวสาร 1 ถุง

เรื่องที่ 3 การหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิต

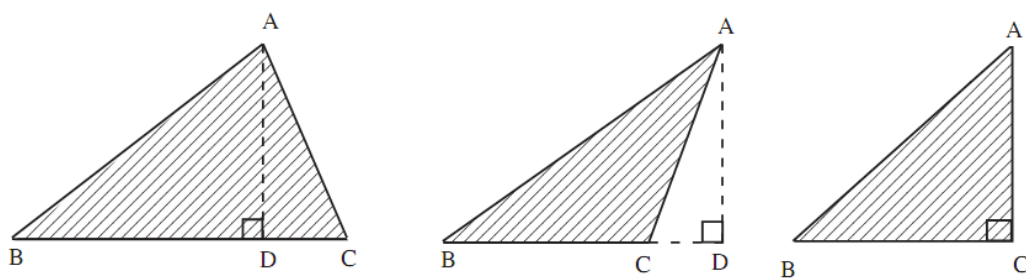
1. รูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยม คือ รูปปิดที่มีด้านสามด้าน มุมสามมุม เมื่อกำหนดให้ด้านใดด้านหนึ่งเป็นฐานของรูปสามเหลี่ยม แล้วมุมที่อยู่ตรงข้ามกับฐานจะเป็นมุมยอด และถ้าลากเส้นตรงจากมุมยอดมาตั้งฉากกับฐาน หรือส่วนต่อของฐานจะเรียกเส้นตั้งฉากว่าส่วนสูง

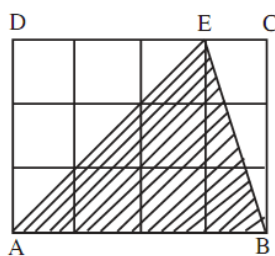
จากรูปสามเหลี่ยม ABC ให้กำหนด BC เป็นฐาน

เรียก A ว่า มุมยอด

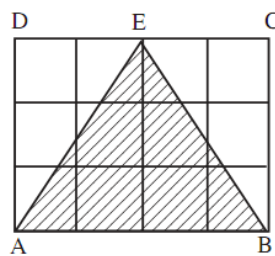
เรียก AD ว่า ส่วนสูง



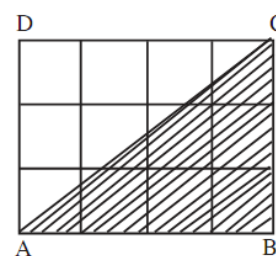
การคำนวณหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

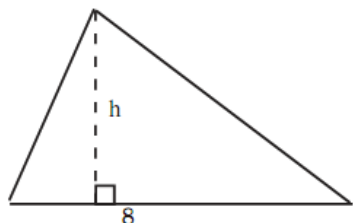
จากรูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD แต่ละรูปเท่ากับ 12 ตารางหน่วย และพื้นที่สามเหลี่ยมแต่ละรูปเท่ากับครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จากสูตร พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ฐาน $\times$ สูง

ดังนั้น พื้นที่รูปสามเหลี่ยม = $\frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

ตัวอย่าง รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งพื้นที่ 40 ตารางเซนติเมตร และมีฐานยาว 8 เซนติเมตร จะมีความสูงกี่เซนติเมตร

วิธีทำ



ให้ความสูงของสามเหลี่ยม h เซนติเมตร

$$\text{สูตร พื้นที่ } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$40 = \frac{1}{2} \times 8 \times h$$

$$\frac{40 \times 2}{8} = h$$

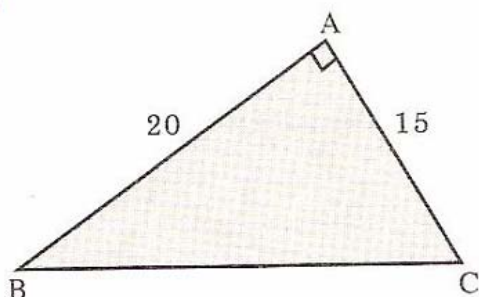
$$10 = h$$

ดังนั้น ความสูงของสามเหลี่ยมเท่ากับ 10 เซนติเมตร

แบบฝึกหัด 3

1. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาของรูปต่อไปนี้ ตัวเลขที่เขียนกำกับด้านไว้ถือเป็นความยาวของด้าน และมีหน่วยเป็นหน่วยความยาว

1)



.....

.....

.....

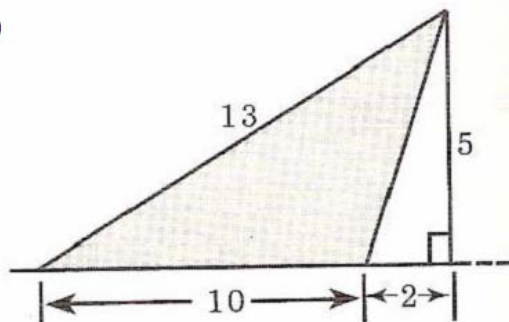
.....

.....

.....

.....

2)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. รูปสามเหลี่ยมหนึ่งรูปมีพื้นที่ 90 ตารางเซนติเมตร มีฐานยาว 12 เซนติเมตร จะมีความสูงกี่เซนติเมตร

.....

.....

.....

.....

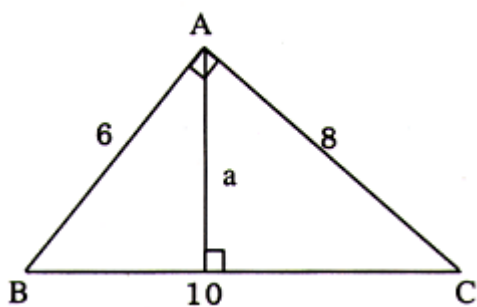
.....

.....

.....

.....

3. สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม BAC เป็นมุมฉาก และกำหนดความยาวของด้านดังรูป จงหาความยาวของด้าน A



.....

.....

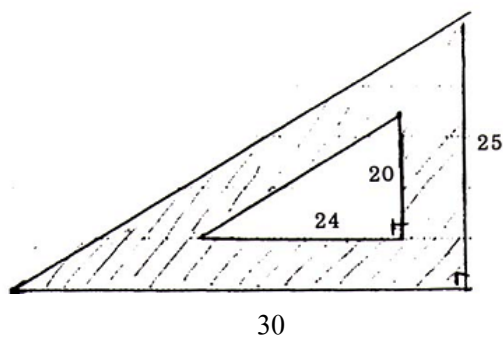
.....

.....

.....

.....

4. จงหาพื้นที่ของส่วนที่แรเงาของไม้ฉากรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีขนาดตามรูป (ความยาวที่กำหนดมีหน่วยเป็นเซนติเมตร)



.....

.....

.....

.....

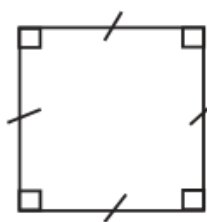
.....

.....

2. รูปสี่เหลี่ยม

2.1 พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

บทนิยาม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมแต่ละมุมเป็นมุมฉาก



รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมี 2 ชนิด คือ

ก) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

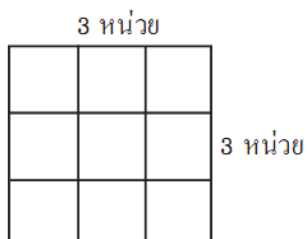
เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน



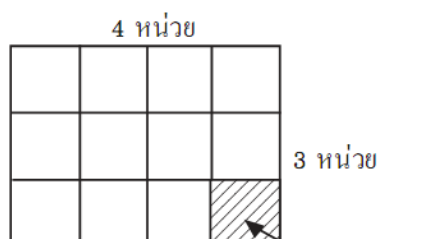
ข) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

ถ้าแบ่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากออกเป็นตาราง ๆ โดยแบ่งด้านกว้างและด้านยาวออกเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน แล้วลากเส้นเชื่อมจุดแบ่งดังรูป



รูปที่ 1



รูปที่ 2

จากรูปตารางเล็กๆ ที่เกิดจากแบ่งแต่ละรูป จะมีความกว้าง 1 หน่วย และยาว 1 หน่วย คิดเป็น พื้นที่ 1 ตารางหน่วย

การหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปที่ 1

สี่เหลี่ยมมุมฉากรูปที่ 1 มีด้านกว้าง 3 หน่วย ด้านยาว 3 หน่วย เมื่อแบ่งแล้วได้จำนวนตาราง 9 ตาราง หรือมีพื้นที่ 9 ตารางหน่วย

สี่เหลี่ยมมุมฉากรูปที่ 2 มีด้านกว้าง 3 หน่วย ด้านยาว 4 หน่วย เมื่อแบ่งแล้วได้จำนวนตาราง 12 ตาราง หรือมีพื้นที่ 12 ตารางหน่วย

การหาพื้นที่ดังกล่าว สามารถคำนวณได้จากผลคูณของด้านกว้างและด้านยาว

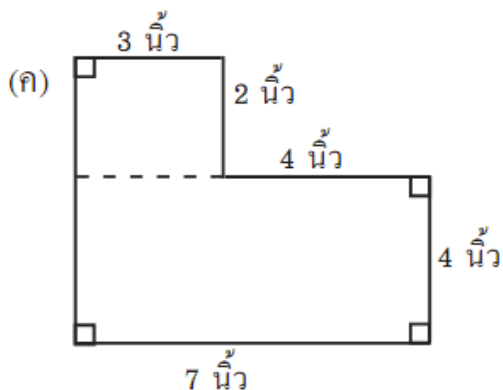
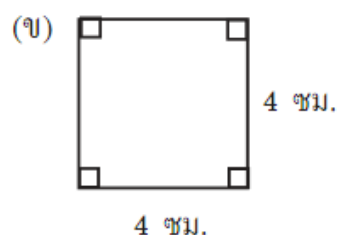
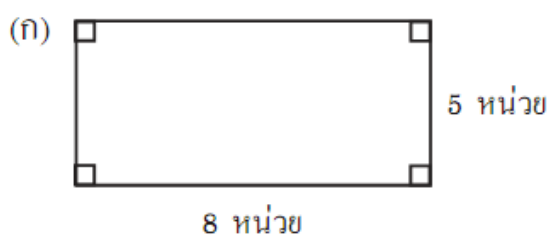
นั่นคือ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ด้านกว้าง x ด้านยาว

ในกรณีที่ป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จะมีด้านกว้างเท่ากับด้านยาว

นั่นคือ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ด้าน x ด้าน

หรือ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = (ด้าน)²

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้



วิธีทำ

(ก) พ.ท. สี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง x ยาว

$$= 5 \times 8$$

$$= 40 \text{ ตารางหน่วย}$$

ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า เท่ากับ 40 ตารางหน่วย

ตอบ

$$(ก) \quad \text{พ.ท. สี่เหลี่ยมผืนผ้า} = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$= 4 \times 4$$

$$= 16 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า เท่ากับ 16 ตารางเซนติเมตร

ตอบ

$$(ก) \quad \text{พ.ท. สี่เหลี่ยมผืนผ้า} = (2 \times 3) + (4 \times 7)$$

$$= 6 + 28$$

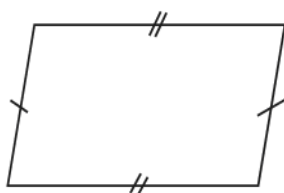
$$= 34 \text{ ตารางนิ้ว}$$

ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า เท่ากับ 34 ตารางนิ้ว

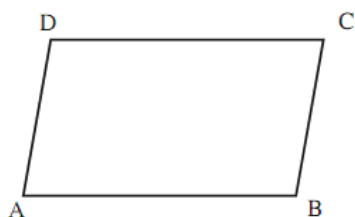
ตอบ

2.2 พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

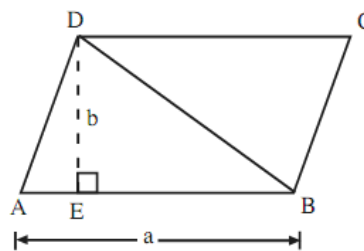
บทนิยาม รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่



การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



รูปที่ 1



รูปที่ 2

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD กำหนด a แทนความยาวของด้าน AB และ b แทนความสูง DE

จากรูปที่ 1 ถลากเส้นทแยงมุม $\overline{BD}$ และลาก $\overline{DE}$ ให้ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ดังรูปที่ 2 เราสามารถใช้พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมหาสูตรพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ได้ดังนี้

พื้นที่ของ $\square ABCD$ เท่ากับผลบวกของพื้นที่ $\triangle ABD$ และพื้นที่ $\triangle CDB$

เนื่องจาก พื้นที่ $\triangle ABD$ เท่ากับ พื้นที่ $\triangle CDB$

ดังนั้น พื้นที่ $\square ABCD = 2$ เท่าของพื้นที่ $\triangle ABD$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times b \right)$$

สูตรพื้นที่ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน = ความยาวของฐาน x ความสูง

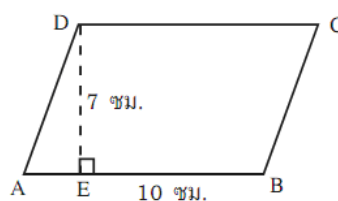
รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากันและมุมไม่เป็นมุมฉาก เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

ในกรณีเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ถ้าลากเส้นทแยงมุม แบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป และได้สูตรดังนี้

สูตรพื้นที่ $\square$ ขนมเปียกปูน = $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของเส้นทแยงมุม

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD

วิธีทำ



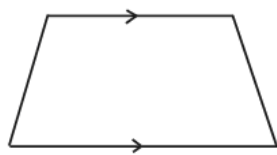
$$\begin{aligned} \text{รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน} &= \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= AB \times DE \\ &= 10 \times 7 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD = 70 ตารางเซนติเมตร

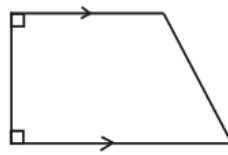
ตอบ

2.3 พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

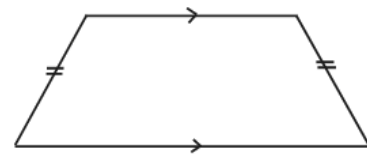
บทนิยาม รูปสี่เหลี่ยมคางหมู คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันหนึ่งคู่เท่านั้น



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

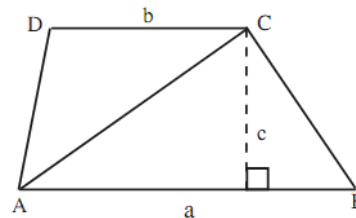
รูปสี่เหลี่ยมทั้งสามรูป แต่ละรูปมีด้านขนานกันเพียง 1 คู่เท่านั้น รูปสามเหลี่ยมทั้งสามรูปจึงเป็นสี่เหลี่ยมคางหมู

รูปสี่เหลี่ยมรูปที่ 2 มีด้านที่ไม่ขนานกัน 1 ด้าน ตั้งฉากกับด้านคู่ขนาน เรียกสี่เหลี่ยมคางหมูนี้ว่า สี่เหลี่ยมคางหมูมุมฉาก

รูปสี่เหลี่ยมรูปที่ 3 มีด้านที่ไม่ขนานกันยาวเท่ากัน เรียกสี่เหลี่ยมคางหมูนี้ว่า สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว



รูปที่ 1



รูปที่ 2

รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD มีด้าน AB ขนานกับด้าน CD ลาก $\overline{CE}$ ให้ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ และลากเส้นทแยงมุม AC ดังรูปที่ 2

กำหนด a แทนความยาวของด้าน AB

b แทนความยาวของด้าน CD

c แทนความสูง

เราสามารถหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมหาสูตรพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD ได้ดังนี้

พื้นที่ $\square ABCD$ เท่ากับ ผลบวกของ พื้นที่ $\triangle ABC$ และพื้นที่ $\triangle ACD$

$$\text{จากพื้นที่ } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times c$$

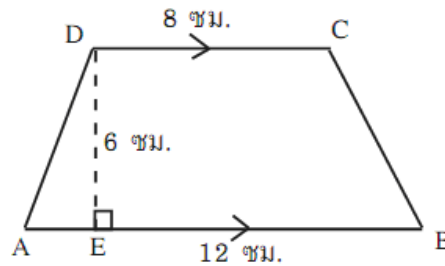
$$\text{พื้นที่ } \triangle ACD = \frac{1}{2} \times b \times c$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ } \square ABCE = \left(\frac{1}{2} \times a \times c \right) + \left(\frac{1}{2} \times b \times c \right) = \frac{1}{2} \times c \times (a + b)$$

$$\text{สูตร พื้นที่ } \square \text{ คางหมู} = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผลบวกด้านคู่ขนาน}$$

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยม ABCD

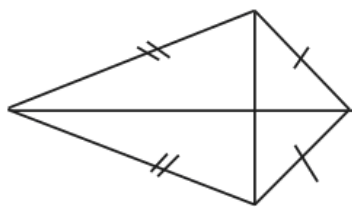
วิธีทำ



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู ABCD} &= \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผลบวกด้านคู่ขนาน} \\
 &= \frac{1}{2} \times DE \times (AB + DC) \\
 &= \frac{1}{2} \times 6 \times (12 + 8) \\
 &= 3 \times 20 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู ABCD} &= 60 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

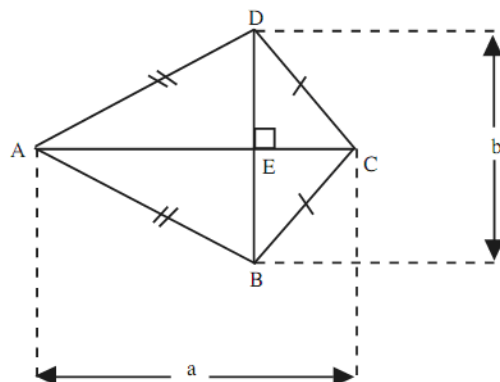
2.4 พื้นที่ของสี่เหลี่ยมรูปว่าว

บทนิยาม รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านประชิดกันยาวเท่ากันสองคู่



เมื่อลากเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว จะพบว่า เส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก และแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว



รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว ABCD มี $\overline{AB} = \overline{AD}$ และ $\overline{BC} = \overline{CD}$

กำหนด a แทนความยาวของเส้นทแยงมุม AC

b แทนความยาวของเส้นทแยงมุม BD

เส้นทแยงมุม AC และ BD ตัดกันที่จุด E

ทำให้ DE ตั้งฉากกับ AC

BE ตั้งฉากกับ AC

เราสามารถใช้พื้นที่รูปสามเหลี่ยมหาสูตรพื้นที่สี่เหลี่ยมรูปว่าว ABCD ได้ดังนี้

พื้นที่ $\square$ ABCD เท่ากับ ผลบวกของ พื้นที่ $\triangle$ ACD และพื้นที่ $\triangle$ ABC

$$\text{จาก } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times \left(\frac{1}{2} \times b \right)$$

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times a \times \left(\frac{1}{2} \times b \right)$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ } \square ABCD = \left[\frac{1}{2} \times a \times \left(\frac{1}{2} \times b \right) \right] + \left[\frac{1}{2} \times a \times \left(\frac{1}{2} \times b \right) \right]$$

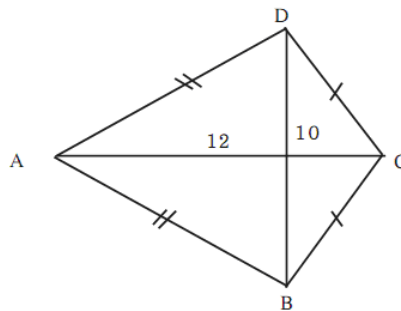
$$\text{พื้นที่ } \square ABCD = \frac{1}{2} \times a \times \left[\left(\frac{1}{2} \times b \right) + \left(\frac{1}{2} \times b \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times \left[\frac{b}{2} + \frac{b}{2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times b$$

$$\text{สูตร พื้นที่สี่เหลี่ยมรูปว่าว} = \frac{1}{2} \times \text{ผลคูณของเส้นทแยงมุม}$$

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว ABCD ที่มี $\overline{BD} = 10$ เซนติเมตร และ $\overline{AC} = 12$ เซนติเมตร
วิธีทำ



$$\text{พื้นที่รูปว่าว} = \frac{1}{2} \times \text{ผลคูณของเส้นทแยงมุม}$$

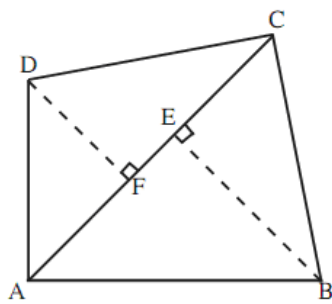
$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 10 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว ABCD} = 60 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

2.5 พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมใดๆ

รูปสี่เหลี่ยมใดๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่ไม่เข้าลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมข้างต้น การหาพื้นที่อาจทำได้โดยลากเส้นทแยงมุม แล้วหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เกิดขึ้น



จากรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมใดๆ จากเส้นทแยงมุม AC

จากจุด B ลากเส้น $\overline{BE}$ ให้ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$

D ลากเส้น $\overline{DF}$ ให้ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$

ซึ่งเส้น $\overline{BE}$ และ $\overline{DF}$ เรียกว่า เส้นกึ่ง

พื้นที่ $\square ABCD$ เท่ากับ ผลบวกของ พื้นที่ $\triangle ABC$ และพื้นที่ $\triangle ADC$

$$\text{จากพื้นที่ } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BE}$$

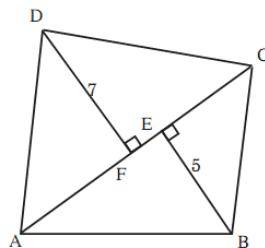
$$\text{พื้นที่ } \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DF}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น พื้นที่ } \square ABCD &= \left(\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BE} \right) + \left(\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DF} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times (\overline{BE} + \overline{DF}) \end{aligned}$$

$$\text{สูตร พื้นที่สี่เหลี่ยมใดๆ} = \frac{1}{2} \times \text{ความยาวของเส้นทแยงมุม} \times \text{ผลบวกของความยาวของเส้นกึ่ง}$$

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD มี $AC = 10$ เซนติเมตร เส้นกึ่ง $DF = 7$ เซนติเมตร และ $EB = 5$ เซนติเมตร

วิธีทำ



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ } \square ABCD &= \frac{1}{2} \times \text{เส้นทแยงมุม} \times \text{ผลบวกของความยาวของเส้นกึ่ง} \\ &= \frac{1}{2} \times AC \times (\overline{BE} + \overline{DF}) \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times (7 + 5) \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ } \square ABCD = 60 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส

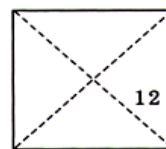
1) รูป □ จตุรัส

ด้านยาวด้านละ 8 เซนติเมตร

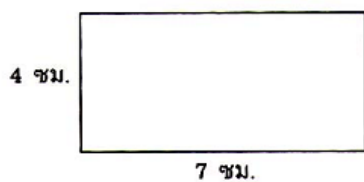


2) รูป □ จตุรัส

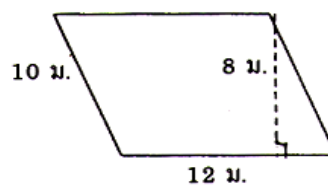
เส้นทแยงมุมยาว 12 เซนติเมตร



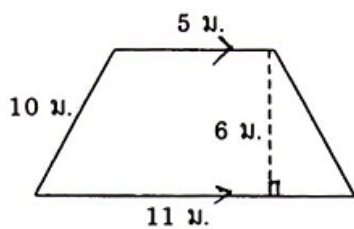
3) รูป □ ผืนผ้า



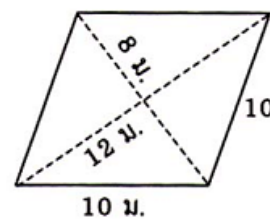
4) รูป □ ด้านขนาน



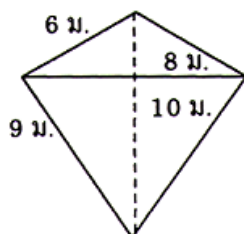
5) รูป □ กางหมู



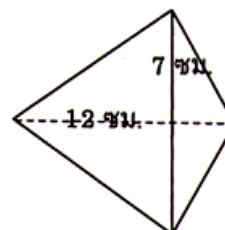
6) รูป □ ขนมหีบปูน



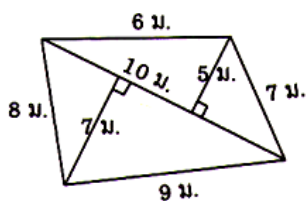
7) รูป □ รูปว่าว



8) รูป □ รูปว่าว



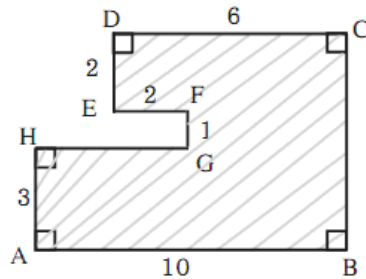
9) รูป □ ใด ๆ



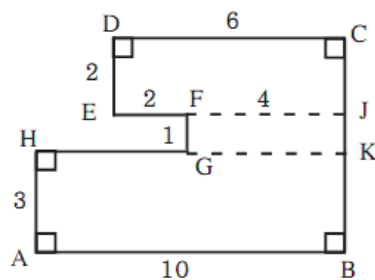
2.6 พื้นที่รูปหลายเหลี่ยม

การหาพื้นที่รูปหลายเหลี่ยม ใช้วิธีแบ่งรูปหลายเหลี่ยม เป็นรูปสี่เหลี่ยมย่อยๆ แล้ว หาพื้นที่ของรูปแต่ละรูปนำผลลัพธ์มารวมกัน แต่บางครั้งอาจใช้วิธีต่อเติมรูปเพื่อให้เกิดรูปเหลี่ยมใหม่แล้วนำมาหักลบกัน ดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่รูปเหลี่ยมที่แรเงา



วิธีทำ ลากต่อ $\overline{EF}$ และ $\overline{HG}$ ทำให้เกิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากย่อย 3 รูป คือ $\square DEJC$, $\square FGKJ$, $\square ABKH$



จากรูป $EJ = 6$ เซนติเมตร

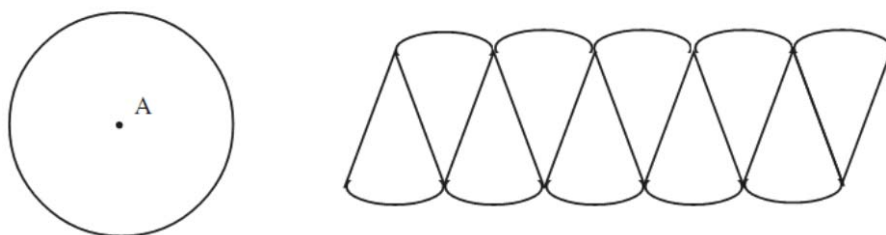
$FJ = 4$ เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูปหลายเหลี่ยม } ABCDEFGH &= \text{พ.ท.} \square DEJC + \text{พ.ท.} \square FGKJ + \text{พ.ท.} \square ABKH \\ &= (2 \times 6) + (1 \times 4) + (3 \times 10) \\ &= 12 + 4 + 30 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่รูปหลายเหลี่ยม } ABCDEFGH = 46 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

2.7 พื้นที่รูปวงกลม

การหาพื้นที่ของรูปวงกลมโดยวิธีแบ่งออกเป็นส่วนเล็กๆ แล้วนำแต่ละส่วนมาสลับกัน ดังรูป



จะเห็นว่า ถ้ายังแบ่งส่วนย่อยให้มีจำนวนมากขึ้น รูปสี่เหลี่ยมที่ได้จะมีรูปใกล้เคียงกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยมีส่วนสูงใกล้เคียงกับรัศมีของวงกลม

ความยาวของฐาน ใกล้เคียงกับครึ่งหนึ่งของเส้นรอบวง หรือ $\frac{1}{2}(2\pi) = \pi$

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร พื้นที่} \square \text{ ผืนผ้า} &= \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= (\pi) \times r \\ &= \pi^2\end{aligned}$$

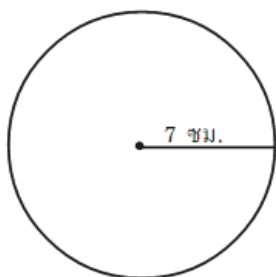
$$\boxed{\text{สูตร พื้นที่วงกลม} = \pi^2}$$

เมื่อ $\pi = \frac{22}{7}$ หรือ 3.14 โดยประมาณ

r แทนความยาวรัศมี

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่วงกลมที่มีรัศมียาว 7 เซนติเมตร

วิธีทำ

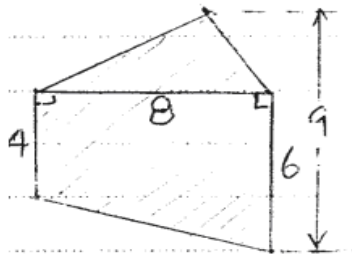


$$\begin{aligned}\text{พื้นที่วงกลม} &= \pi^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ \text{พื้นที่วงกลม} &= 154 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

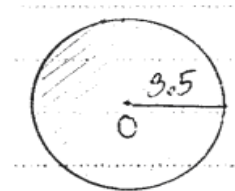
แบบฝึกหัด 5

1. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ตัวเลขที่เขียนกำกับด้านมีหน่วยเป็นเซนติเมตร และจุด O แทนจุดศูนย์กลางของวงกลม

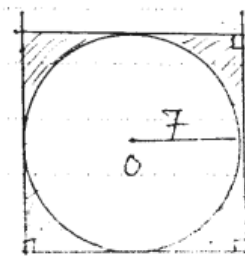
1)



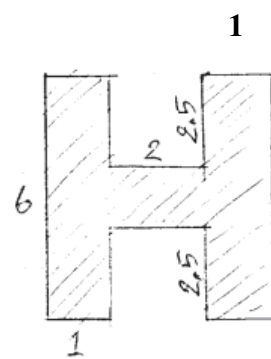
2)



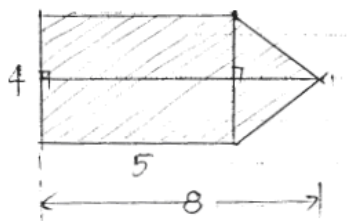
3)



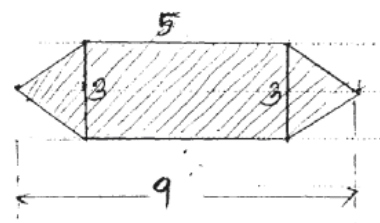
4)



5)



6)

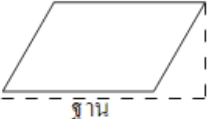


สรุปสูตรการหาพื้นที่

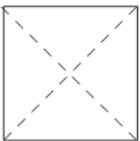
1. พื้นที่ (Surface area)

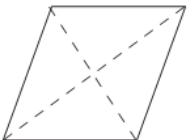
การหาพื้นที่สี่เหลี่ยม

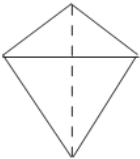
1)  พ.ท. □ พื้นผ้า = กว้าง $\times$ ยาว

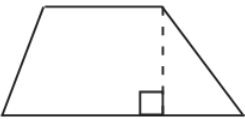
2)  พ.ท. □ ด้านขนาน = ฐาน $\times$ สูง

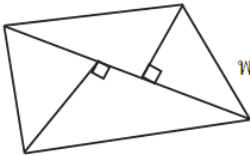
เส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก

3)  พ.ท. □ จัตุรัส = ด้าน $\times$ ด้าน = (ด้าน)²
พ.ท. □ จัตุรัส = $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของเส้นทแยงมุม

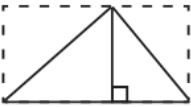
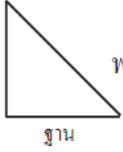
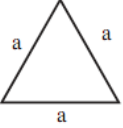
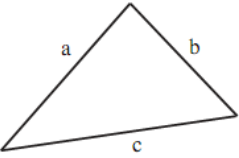
4)  พ.ท. □ ขนมเปียกปูน = ฐาน $\times$ สูง
พ.ท. □ ขนมเปียกปูน = $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของเส้นทแยงมุม

5)  พ.ท. □ รูปว่าว = $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของเส้นทแยงมุม

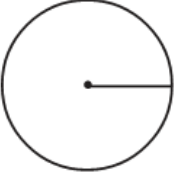
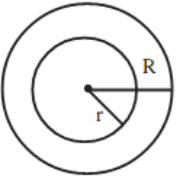
6)  พ.ท. □ กางหมู = $\frac{1}{2} \times$ สูง $\times$ ผลบวกของด้านคู่ขนาน

7)  พ.ท. □ ด้านไม่เท่า = $\frac{1}{2} \times$ เส้นทแยงมุม $\times$ ผลบวกของเส้นกึ่ง

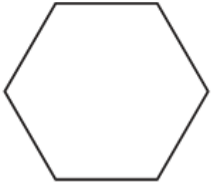
พื้นที่สามเหลี่ยม

- 1)   พ.ท. $\triangle$ ใด ๆ $= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$
- 2)  พ.ท. $\triangle$ ด้านเท่า $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$
- 3)  พ.ท. $\triangle$ ใด ๆ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
เมื่อ a, b, c เป็นความยาวของด้านทั้งสาม $s = \frac{a + b + c}{2}$

พื้นที่วงกลมและวงแหวน

- 1)  พ.ท. วงกลม $= \pi r^2$ เส้นรอบวง $= 2\pi r$
 r แทน รัศมี
 π ประมาณ $\frac{22}{7}$ หรือ 3.1416
- 2)  พ.ท. วงแหวน $= \pi(R^2 - r^2)$
 R แทน รัศมีของวงกลมรูปใหญ่
 r แทน รัศมีของวงกลมรูปเล็ก

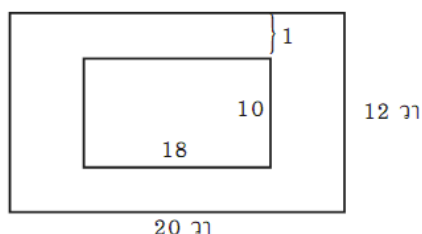
พื้นที่หลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

- 1)  พ.ท. หกเหลี่ยมด้านเท่า $= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (\text{ด้าน})^2$
- 2)  พ.ท. หลายเหลี่ยมด้านเท่า
 $= \frac{1}{2} \times \text{เส้นรอบรูป} \times \text{เส้นตั้งฉากจากจุดศูนย์กลางไปยังด้าน}$

เรื่องที่ 4 การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ในสถานการณ์ต่างๆ

ตัวอย่าง ที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 12 เมตร ยาว 20 วา ต้องการทำถนนในที่ดินกว้าง 1 วา โดยรอบถนนจะมีพื้นที่กี่ตารางวา

วิธีทำ



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ทั้งหมด} &= 12 \times 20 \\
 &= 240 \text{ ตารางวา} \\
 \text{พื้นที่รูปใน} &= 10 \times 18 \\
 &= 180 \text{ ตารางวา} \\
 \text{พื้นที่ถนน} &= 240 - 180 \\
 \therefore \text{พื้นที่ถนน} &= 60 \text{ ตารางวา}
 \end{aligned}$$

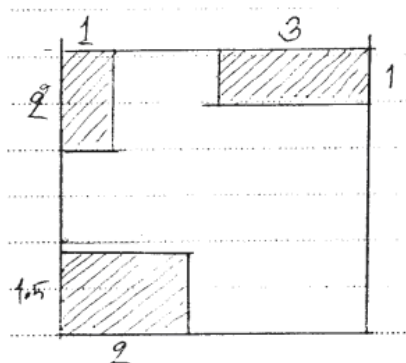
ตัวอย่าง ห้องๆ หนึ่ง 6.5 เมตร กว้าง 4 เมตร ต้องการปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีความกว้างด้านละ 25 เซนติเมตร จะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{ห้องหนึ่งมีความยาว } 6.5 \text{ เมตร} &= 650 \text{ เซนติเมตร} \\
 \text{ความกว้าง } 4 \text{ เมตร} &= 400 \text{ เซนติเมตร} \\
 \text{พื้นที่ห้อง} &= 400 \times 650 = 260,000 \text{ เซนติเมตร} \\
 \text{พื้นที่กระเบื้อง} &= 25 \times 25 = 625 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{ต้องใช้กระเบื้อง} &= \frac{260,000}{625} = 416 \text{ แผ่น}
 \end{aligned}$$

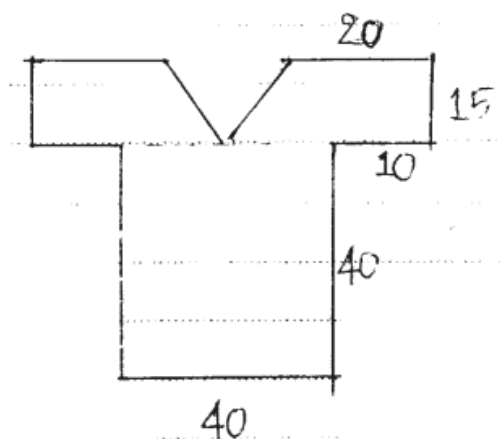
ดังนั้น ต้องใช้กระเบื้อง 416 แผ่น

แบบฝึกหัด 6

1. แผนผังบ้านหลังหนึ่งมีลักษณะและขนาดดังรูป ถ้าวบริเวณที่แรเงาต้องการเทพูนซีเมนต์ โดยเสียค่าใช้จ่ายตารางเมตรละ 250 บาท จะต้องเสียค่าใช้จ่ายทั้งหมดกี่บาท กำหนดความยาวมีหน่วยเป็นเมตร



2. ต้องการตัดเสื่อตัวหนึ่งมีลักษณะดังรูป จะต้องใช้ผ้ากี่ตารางเมตร (ไม่คิดตะเข็บ) ความยาวที่กำหนดมีหน่วยเป็นเซนติเมตร



เรื่องที่ 5 การคาดคะเนเวลา ระยะทาง ขนาด น้ำหนัก

ในชีวิตประจำวันบางครั้งเราอาจต้องการทราบรายละเอียดเกี่ยวกับเวลา ระยะทาง ขนาด หรือน้ำหนัก ของสิ่งต่างๆ แต่ไม่สะดวกที่จะวัดสิ่งต่างๆ เหล่านั้น เนื่องจากมีข้อจำกัดบางประการ ตัวอย่างเช่น ต้องการวัดความยาว และความกว้างของสนามฟุตบอลของโรงเรียน แต่ไม่มีอุปกรณ์ที่เหมาะสม ทำให้ต้องมีที่ประมาณอย่างคร่าวๆ ซึ่งในบางครั้งอาจจะถูกต้อง หรืออาจผิดไปจากความ เป็นจริงบ้าง เราเรียกวิธีการประมาณในลักษณะนี้ว่า การคาดคะเน

การคาดคะเนปริมาณต่างๆ เช่น ช่วงเวลา ระยะทาง ขนาด และน้ำหนักของสิ่งต่างๆ ผู้ คาดคะเนมักใช้สายตารวมกับประสบการณ์ของผู้คาดคะเนเอง ซึ่งในการคาดคะเนแต่ละครั้งอาจ ถูกต้องพอดี หรืออาจมีข้อผิดพลาดเกิดขึ้นบ้างก็ได้ เราเรียกข้อผิดพลาดนี้ว่า ความคลาดเคลื่อน และ ความคลาดเคลื่อนคำนวณได้จากผลต่างของปริมาณที่คาดคะเนไว้กับปริมาณที่วัดได้จริง เช่น

คะเนว่าหนังสือเรียนกว้าง 15 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร และหนา 1 เซนติเมตร แต่เมื่อ วัดจริงพบว่าหนังสือเรียนกว้าง 14.6 เซนติเมตร ยาว 20.9 เซนติเมตร และหนา 1 เซนติเมตร ดังนั้น คะเนความกว้าง และความยาวของหนังสือเรียนคลาดเคลื่อนไป 0.4 และ 0.9 ตามลำดับ (15.0 เซนติเมตร – 14.6 เซนติเมตร = 0.4 เซนติเมตร และ 20.9 เซนติเมตร – 20 เซนติเมตร = 0.9 เซนติเมตร ส่วนความหนาคาดคะเนได้ถูกต้องไม่คลาดเคลื่อนเลย)

หมายเหตุ บางครั้งอาจพบการใช้สัญลักษณ์ $\pm$ ตามความคลาดเคลื่อน เช่น เครื่องบรรจุน้ำ ได้ขวดละ 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ± 5 ลูกบาศก์เซนติเมตร หมายความว่า โดยปกติแล้วน้ำดื่มที่ บรรจุขวดโดยเครื่องนี้จะมีปริมาตร 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร แต่อาจจะมีบางขวดที่มีปริมาตร มากกว่าหรือน้อยกว่า 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ซึ่งปริมาตรที่คลาดเคลื่อนนี้ไม่เกิน 5 ลูกบาศก์ เซนติเมตร นั่นคือ น้ำดื่มที่บรรจุขวดจะมีปริมาตรตั้งแต่ 995 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถึง 1,005 ลูกบาศก์เซนติเมตร

แบบฝึกหัด 7

1. จงคาดคะเนเวลาหรือช่วงเวลาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ต่อไปนี้

- 1) ไฟาใกล้สว่าง อากาศเย็นสบาย ไก่ตัวผู้ตีปีกและส่งเสียงขัน มีน้ำค้างจับตามยอดหญ้า
น่าจะเป็นเวลาประมาณ.....นาฬิกา
- 2) เมื่ออยู่กลางแจ้งดวงอาทิตย์อยู่ตรงศีรษะพอดี เงาของตัวเองอยู่บนพื้นที่ยืนอยู่พอดี น่าจะเป็นเวลาประมาณ.....นาฬิกา
- 3) ในจังหวัดทางภาคเหนือเป็นเวลาเช้าตรู่ ไฟาสว่างแล้ว แต่ยังไม่เห็นพระอาทิตย์ ท้องฟ้าขมุกขมัว
อากาศหนาวเย็นจัด น่าจะเป็นฤดู.....และควรจะเป็นช่วงเดือน.....

2. จงวงกลมล้อมรอบข้อที่เหมาะสมที่สุด สำหรับใช้หน่วยในการคาดคะเน ระยะทาง น้ำหนัก หรือ ขนาดของสิ่งต่อไปนี้

1) ความยาวของกัตเตอร์

- ก. 1.5 มิลลิเมตร ข. 15 เซนติเมตร ค. 15 เมตร

2) น้ำหนักของมะพร้าว 1 ผล

- ก. 1 กรัม ข. 1 กิโลกรัม ค. 1 ตัน

3) ปริมาณของนม 1 กล่อง

- ก. $4 \times 5 \times 12$ เซนติเมตร³ ข. $4 \times 5 \times 12$ ฟุต³ ค. $4 \times 5 \times 12$ เมตร³

4) รถกระบะ

- | | | | |
|---------------|------------------|--------------------|---------------------|
| 4.1 มีน้ำหนัก | ก. 10 กิโลกรัม | ข. 100 กิโลกรัม | ค. 1 ตัน |
| 4.2 ความกว้าง | ก. 160 เซนติเมตร | ข. 16 ฟุต | ค. 16 เมตร |
| 4.3 ความยาว | ก. 5 ฟุต | ข. 5 เมตร | ค. 5 วา |
| 4.4 ความสูง | ก. 160 มิลลิเมตร | ข. 1,600 มิลลิเมตร | ค. 16,000 มิลลิเมตร |

5) แก้วน้ำ

5.1 กว้าง ยาว สูง

- ก. $40 \times 50 \times 80$ มิลลิเมตร³
 ข. $40 \times 50 \times 80$ เซนติเมตร³
 ค. $4 \times 5 \times 8$ เมตร³

5.2 น้ำหนัก

- ก. 10 กิโลกรัม ข. 100 กิโลกรัม ค. 1 ตัน

3. ทางหลวงสายพหลโยธินกรุงเทพฯ-แม่สาย ยาว 952 กิโลเมตร รถประจำทางปรับอากาศวิ่งบนทางหลวงสายนี้ตลอดเส้นทางด้วยอัตราเร็ว 80-100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

- (1) รถประจำทางปรับอากาศใช้เวลาวิ่งตลอดเส้นทางนานเท่าไร
- (2) ถ้ารถออกจากกรุงเทพฯ ประมาณ 18.00 นาฬิกา จะถึงแม่สายในช่วงใด
- (3) ถ้าต้องการให้ถึงแม่สายประมาณเที่ยงวันที่ 16 กันยายน จะต้องออกจากกรุงเทพฯ เวลาเท่าไร

4. ลิฟต์ของโรงแรมแห่งหนึ่งบรรทุกผู้โดยสารได้ทีละไม่เกิน 10 คน (600 กิโลกรัม) บางครั้งมีผู้โดยสารเข้าลิฟต์เพียง 8 คน ลิฟต์จะมีเสียงเตือน บางครั้งมีผู้โดยสาร 12 คน ลิฟต์ไม่มีเสียงเตือนยังใช้งานได้เป็นเพราะเหตุใด จงอธิบาย

5. ทางหลวงสายเพชรเกษม (กรุงเทพฯ-บ้านคลองพราน จังหวัดนราธิวาส) 1,352 กิโลเมตร ทางหลวงสายมิตรภาพ (กรุงเทพฯ-จังหวัดหนองคาย) 508 กิโลเมตร ทางหลวงสายสุขุมวิท (กรุงเทพฯ-จังหวัดตราด) 400 กิโลเมตร

- (1) ถ้าขับรถจากบ้านคลองพรานตามทางหลวงสายเพชรเกษมผ่านกรุงเทพฯ แล้วมุ่งสู่จังหวัดหนองคายตามทางหลวงสายมิตรภาพ ด้วยอัตราเร็วในช่วง 90-100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะใช้เวลาประมาณกี่ชั่วโมง
- (2) ถ้าเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปตามทางหลวงสายเพชรเกษม เวลา 12.00 นาฬิกา วันนี้ จะถึงจังหวัดนราธิวาสเมื่อใด โดยใช้อัตราความเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
- (3) ถ้าต้องการเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปจังหวัดตราดทางหลวงสายสุขุมวิท และถึงจังหวัดตราดประมาณเที่ยงวัน จะต้องออกจากกรุงเทพฯ เวลาใด เมื่อใช้อัตราความเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
- (4) ให้นักเรียนเปรียบเทียบความยาวของทางหลวงทั้งสามสาย

บทที่ 6

ปริมาตรและพื้นที่ผิว

สาระสำคัญ

การหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย ทรงกลม จำเป็นจะต้องรู้กระบวนการคิด และการใช้สูตร เพื่อสะดวกในการคำนวณอันจะเป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในชีวิตจริง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย ทรงกลม หาปริมาตรและพื้นที่ผิวของปริซึมได้
2. สามารถหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของทรงกระบอกได้
3. สามารถหาปริมาตรของพีระมิด กรวยและทรงกลมได้
4. เปรียบเทียบหน่วย ความจุ หรือหน่วยปริมาตรในระบบเดียวกันหรือต่างระบบ และเลือกใช้หน่วยการวัดเกี่ยวกับความจุหรือปริมาตรได้อย่างเหมาะสม
5. ใช้ความรู้เกี่ยวกับปริมาตรและพื้นที่ผิวแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้
6. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับปริมาตรและพื้นที่ผิวในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ขอบข่ายเนื้อหา

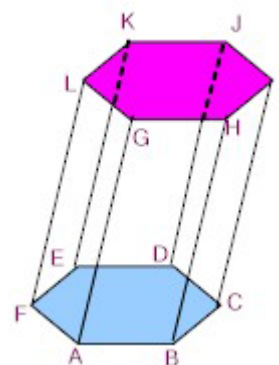
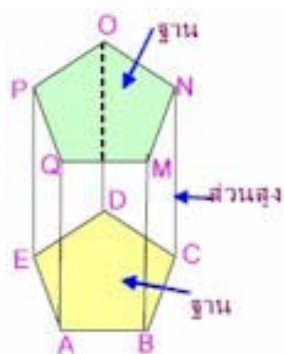
- เรื่องที่ 1 ลักษณะสมบัติและการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม
- เรื่องที่ 2 การหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของทรงกระบอก
- เรื่องที่ 3 การหาปริมาตรของพีระมิด กรวยและทรงกลม
- เรื่องที่ 4 การเปรียบเทียบหน่วยปริมาตร
- เรื่องที่ 5 การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและพื้นที่ผิว
- เรื่องที่ 6 การคาดคะเนปริมาตรและพื้นที่ผิว

เรื่องที่ 1 ลักษณะสมบัติและการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม

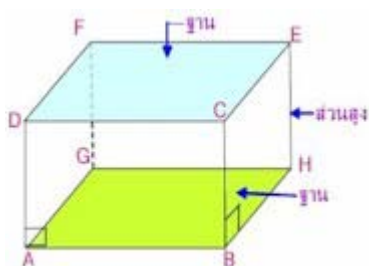
พื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม

รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีหน้าตัด (ฐาน) ทั้งสองเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการและอยู่ในระนาบที่ขนานกัน มีหน้าข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า **ปริซึม**

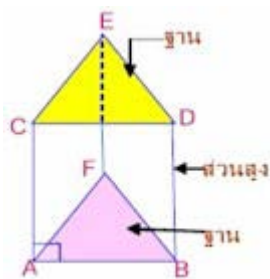
ส่วนต่างๆ ของปริซึมมีชื่อเรียกดังนี้



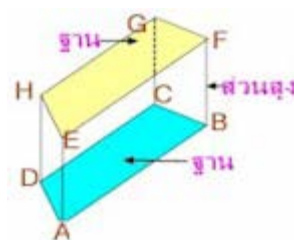
เราเรียกชื่อปริซึมชนิดต่าง ๆ ตามลักษณะของฐานของปริซึมดังตัวอย่าง



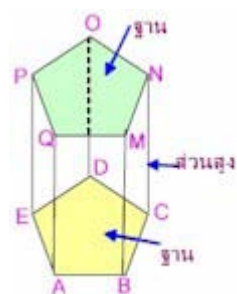
ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า



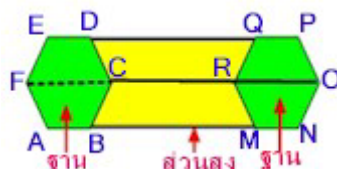
ปริซึมสามเหลี่ยม



ปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู



ปริซึมห้าเหลี่ยม

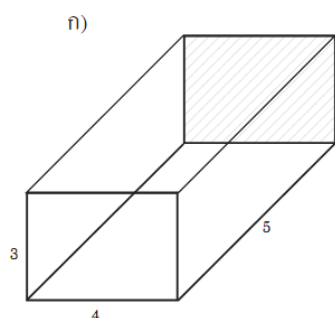


ปริซึมหกเหลี่ยม

สูตร	การหาพื้นที่ผิวของปริซึม	=	พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ผิวนำตัด
	ปริมาตรปริซึม	=	พื้นที่ฐาน x สูง

ตัวอย่าง 1 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้ กำหนดความยาวที่หน่วยเป็นเซนติเมตร

วิธีทำ



$$\text{พื้นที่ผิวด้านข้าง 4 ด้าน} = 2(3 \times 5) + 2(4 \times 5)$$

$$= 70 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{พื้นที่หน้าตัด} = 2(3 \times 4)$$

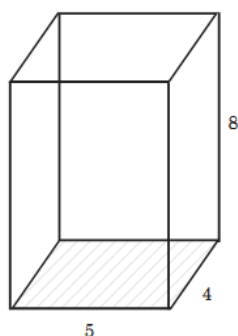
$$= 24 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{พื้นที่ผิวของปริซึม} = 70 + 24$$

$$= 94 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ตัวอย่าง 2 จงหาปริมาตรของปริซึมต่อไปนี้ (ความยาวที่กำหนดให้มีหน่วยเป็นเมตร)

วิธีทำ



$$\text{ปริมาตรปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

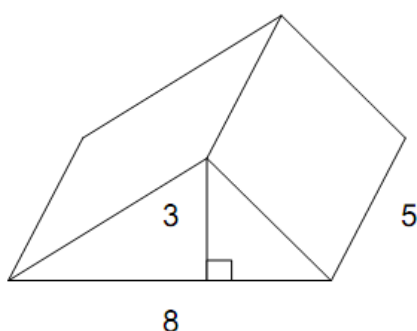
$$= (4 \times 5) \times 8$$

$$= 160 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

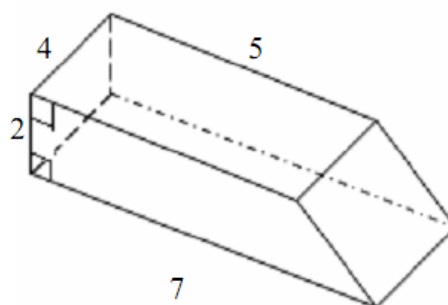
แบบฝึกหัดที่ 1

จงหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมต่อไปนี้

1)

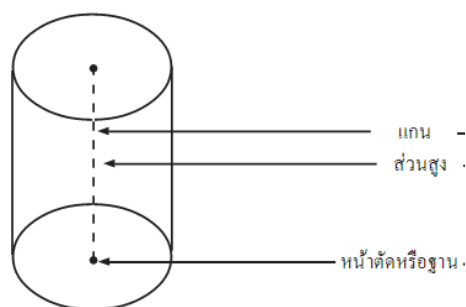


2)



เรื่องที่ 2 การหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

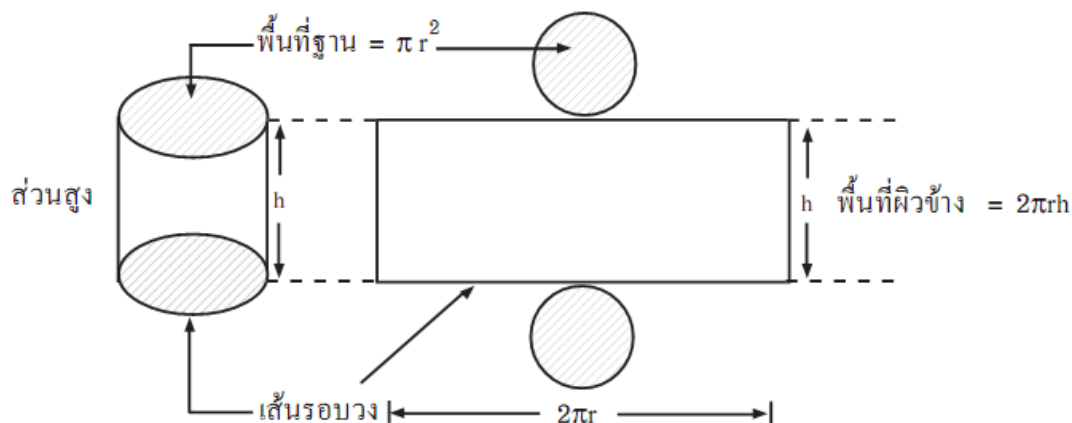
ทรงกระบอก คือ ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่ในระนาบที่ขนานกัน ซึ่งเมื่อตัดทรงสามมิตินี้ด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้รอยตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ



ทรงกระบอกตรง

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก

เมื่อคลี่ผิวข้างของทรงกระบอกใดๆ พบว่า จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวเท่ากับเส้นรอบฐานวงกลม และส่วนสูงเท่ากับความสูงของทรงกระบอก



สูตร	พื้นที่ผิวของทรงกระบอก	=	พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐานทั้งสอง
		=	$2\pi rh + 2\pi r^2$
	เมื่อ r แทน รัศมีของฐานของทรงกระบอก		
	h แทน ความสูงของทรงกระบอก		

ปริมาตรทรงกระบอก

$$\begin{aligned} \text{จาก ปริมาตรของปริซึม} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ \text{ปริมาตรทรงกระบอก} &= \pi r^2 h \end{aligned}$$

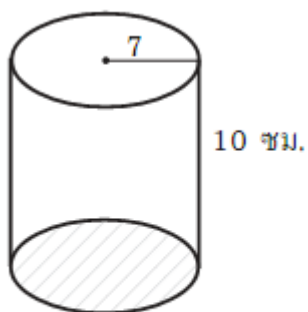
สูตร ปริมาตรทรงกระบอก = $\pi r^2 h$

ตัวอย่างที่ 5 กระป๋องทรงกระบอกใบหนึ่งมีรัศมี 7 เซนติเมตร และสูง 10 เซนติเมตร

ก) ต้องการปิดกระดวยรอบข้างและปิดฝาทั้งสองจะต้องใช้กระดวยกี่ตารางเซนติเมตร

ข) กระป๋องใบนี้มีความจุกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

วิธีทำ



$$r = 7$$

$$h = 10$$

$$\begin{aligned} \text{ก) พื้นที่ฐานทั้งหมด} &= 2\pi r^2 \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\ &= 308 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ \text{พื้นที่ผิวข้าง} &= \text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{สูง} \\ &= 2\pi r \times h \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10 \\ &= 440 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ \text{พื้นที่ผิวกระป๋อง} &= 308 + 440 \\ &= 748 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข) ปริมาตร} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 10 \\ &= 1,540 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

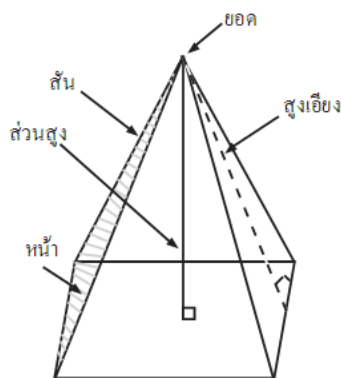
ดังนั้น ก. ต้องใช้กระดวย 748 ตารางเซนติเมตร

ข. กระป๋องมีความจุ 1,540 ลูกบาศก์เซนติเมตร

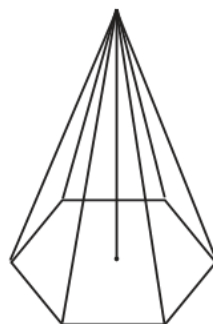
เรื่องที่ 3 การหาปริมาตรของพีระมิด กรวยและทรงกลม

3.1 พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด

พีระมิด คือ ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลม ซึ่งไม่อยู่ในระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยม ที่มีจุดยอดรวมกันที่ยอดแหลม



พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม



พีระมิดฐานหกเหลี่ยม



พีระมิดฐานสามเหลี่ยม

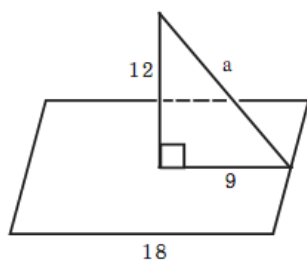
ลักษณะของพีระมิดตรง

1. หน้าของพีระมิดตรงเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
2. สันของพีระมิดตรงจะยาวเท่ากันทุกเส้น
3. ความสูงเอียงของพีระมิดตรง ด้านเท่า มุมเท่า จะยาวเท่ากันทุกเส้น
4. ปริมาตรของพีระมิด เป็นหนึ่งในสามของปริมาตร ปริซึมที่มีฐานเท่ากับพีระมิด และมี ส่วนสูงเท่ากับพีระมิด

สูตร	พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด	=	$\frac{1}{2} \times$ ความยาวรอบฐาน $\times$ สูงเอียง
	พื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิด	=	พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐาน
	ปริมาตรของพีระมิด	=	$\frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน $\times$ สูง

ตัวอย่างที่ 3 พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 18 เซนติเมตร และความสูงของพีระมิดเป็น 12 เซนติเมตร จงหาความสูงเอียงของพีระมิดทั้งสองด้าน

1. ความสูงเอียงด้านกว้าง



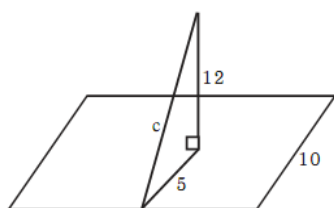
$$a^2 = 12^2 + 9^2$$

$$= 144 + 81$$

$$a^2 = 225$$

$$a = 15 \text{ เซนติเมตร}$$

2. ความสูงเอียงด้านยาว



$$c^2 = 5^2 + 12^2$$

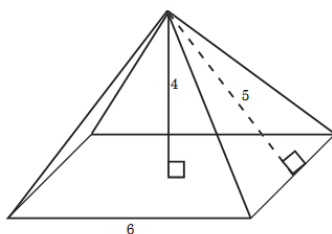
$$= 25 + 144$$

$$= 169$$

$$c = 13 \text{ เซนติเมตร}$$

ตัวอย่างที่ 4 พีระมิดแห่งหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 6 เมตร สูงเอียง 5 เมตร และสูงตรง 4 เมตร จงหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด

วิธีทำ



$$\text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} = \frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

$$= \frac{1}{2} \times (6 \times 4) \times 5$$

$$= 60 \text{ ตารางเมตร}$$

พื้นที่ฐาน

$$= 6 \times 6$$

$$= 36 \text{ ตารางเมตร}$$

ดังนั้นพื้นที่ผิวของพีระมิด

$$= 60 + 36 = 96 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ปริมาตรของพีระมิด

$$= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{3} \times 36 \times 4$$

$$= 48 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงหาปริมาตรและพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดที่สูง 6 เซนติเมตร ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 16 เซนติเมตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาพื้นที่ผิวเอียงของพีระมิดฐานรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่า ยาวด้านละ 4 เซนติเมตร สูงเอียง 7.5 เซนติเมตร

.....

.....

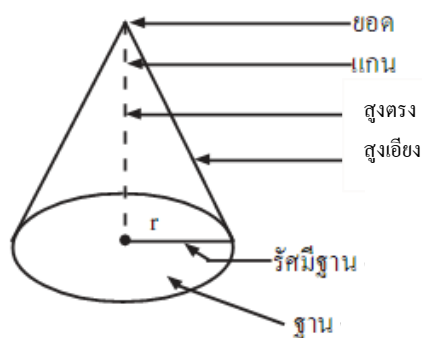
.....

.....

.....

3.2 พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกรวย

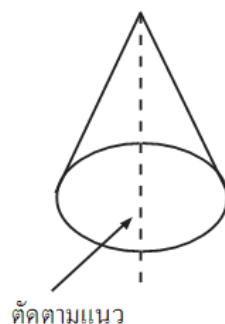
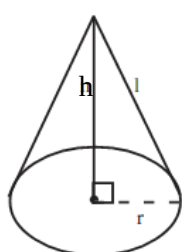
กรวย คือ ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และเส้นที่ต่อระหว่างจุดยอดกับจุดใด ๆ บนเส้นรอบวงของฐาน เรียกเส้นตรงนี้ว่า “สูงเอียง”



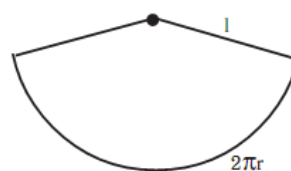
กรวยตรง

พื้นที่ผิวของกรวย

การหาพื้นที่ผิวเอียงของกรวย ทำได้โดยตัดกรวยตามแนวสูงเอียงแล้วคลี่แผ่ออกจะเกิดเป็นรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง



ตัดตามแนว



คลี่แผ่ออก

$$\text{สูตร พื้นที่ผิวของกรวย} = \pi r l + \pi r^2$$

เมื่อ r เป็นรัศมีของฐานกรวย

l เป็นความยาวของสูงเอียง

ปริมาตรของกรวย

ความสัมพันธ์ของปริมาตรของกรวยกับทรงกระบอก จะเหมือนกับความสัมพันธ์ของปริซึมกับพีระมิด ที่มีส่วนสูงและพื้นที่ฐานเท่ากัน นั่นคือ

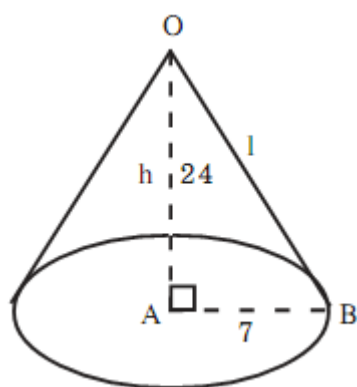
ปริมาตรของกรวย เป็น $\frac{1}{3}$ ของปริมาตรของทรงกระบอก ที่มีพื้นที่ฐานและส่วนสูงเท่ากับ

กรวย

สูตร ปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$ เมื่อ r แทน รัศมีของฐานกรวย h แทน ความสูงของกรวย

ตัวอย่างที่ 6 จงหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของกรวย ซึ่งสูง 24 เซนติเมตร และเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร

วิธีทำ



$$\text{รัศมี} = \frac{14}{2} = 7 \text{ เซนติเมตร}$$

หาความสูงเอียง (l) จาก $\triangle ABO$

$$\begin{aligned} l^2 &= 24^2 + 7^2 \\ &= 576 + 49 = 625 \\ l &= 25 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้าง} &= \pi r l \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 \\ &= 550 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ฐาน} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\ &= 154 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวทั้งหมด} &= \text{พื้นที่ผิวข้าง} + \text{พื้นที่ฐาน} \\ &= 550 + 154 \\ &= 704 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของกรวย} &= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 \\ &= 1,232 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

พื้นที่ผิวทั้งหมด 704 ตารางเซนติเมตร

ปริมาตรของกรวย 1,232 ลูกบาศก์เซนติเมตร

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงหาปริมาตร และพื้นที่ผิวทั้งหมดของกรวยกลมที่สูง 24 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร

2. จงหาปริมาตรและพื้นที่ผิวทั้งหมดของกรวยกลมที่สูงเอียง 5 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 เซนติเมตร (ตอบในรูป π)

[illegible]

3. จงหาปริมาตรจรวดทรงกระบอกมีปลายเป็นกรวย มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร ความยาวทรงกระบอก 30 เซนติเมตร ความสูงยอดกรวย 12 เซนติเมตร

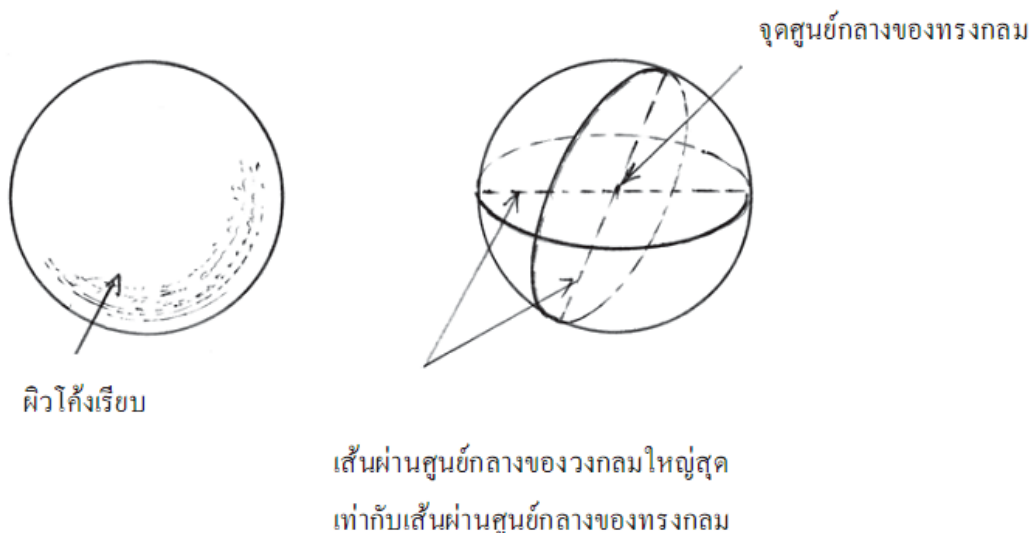
This image shows a single sheet of white paper with ten horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There is no text or other markings on the paper.

3.3 พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม

ทรงกลม คือ ทรงสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบ และจุดทุกจุดอยู่บนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะเท่ากัน

จุดคงที่ เรียกว่า จุดศูนย์กลางของทรงกลม

ระยะที่เท่ากัน เรียกว่า รัศมีของทรงกลม



พื้นที่ผิวของทรงกลม

พื้นที่ผิวของทรงกลม เป็นสี่เท่าของพื้นที่วงกลม ซึ่งมีรัศมีเท่ากับรัศมีของทรงกลม

$$\text{จาก พื้นที่ของรูปวงกลม} = \pi r^2$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวของทรงกลม} = 4 \pi r^2$$

สูตร พื้นที่ผิวของทรงกลม = $4 \pi r^2$

ปริมาตรของทรงกลม

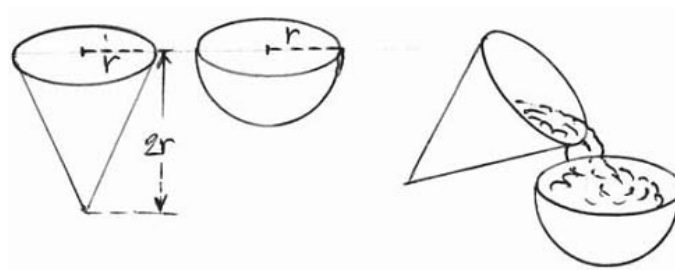
ปริมาตรของทรงกลมอาจหาได้จากการทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรของครึ่งวงกลมกับปริมาตรของกรวย

ข้อกำหนด

1) ครึ่งของทรงกลมที่มีรัศมี r หน่วย

2) กรวยที่มีรัศมีเท่ากับครึ่งทรงกลม r หน่วย และส่วนสูงของกรวย (h) เป็น 2 เท่า

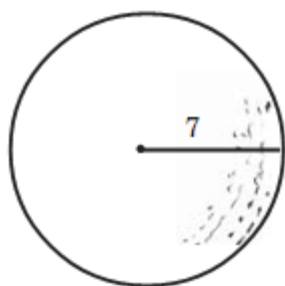
ของรัศมี ฐานของกรวย คือ $2r$ หน่วย



สูตร ปริมาตรของทรงกลม = $\frac{4}{3}\pi r^3$ เมื่อแทน r รัศมีของทรงกลม

ตัวอย่างที่ 7 จงหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของลูกโลกพลาสติก ซึ่งมีรัศมียาว 7 เซนติเมตร

วิธีทำ



พื้นที่ผิวทรงกลม	=	$4\pi^2$
	=	$4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$
	=	616 ตารางเซนติเมตร
ปริมาตรทรงกลม	=	$\frac{4}{3}\pi r^3$
	=	$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$
	=	$\frac{4,312}{3}$
	=	1,437.3 ลูกบาศก์เซนติเมตร

พื้นที่ผิวของทรงกลม = 616 ตารางเซนติเมตร

ปริมาตรของทรงกลม = 1,437.3 ลูกบาศก์เซนติเมตร

แบบฝึกหัดที่ 5

1. จงหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของทรงกลมซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ทรงกลมมีปริมาตร 38,808 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหารัศมีและพื้นที่ผิว

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ทรงกลมมีพื้นที่ผิว 616 ตารางนิ้ว จงหาปริมาตรของทรงกลม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. โลหะกลมลูกหนึ่ง รัศมีภายนอก 21 เซนติเมตร รัศมีภายใน 7 เซนติเมตร จงหาปริมาตรเนื้อโลหะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เรื่องที่ 4 การเปรียบเทียบหน่วยปริมาตร

การตวง คือ การนำสิ่งที่ต้องการหาปริมาตรใส่ในภาชนะที่ใช้สำหรับตวง หน่วยการตวงที่นิยมและใช้กันมาก คือ ลิตร

$$\begin{aligned} 1 \text{ ลิตร} &= 1,000 \text{ มิลลิลิตร} \\ 1,000 \text{ ลิตร} &= 1 \text{ กิโลลิตร} \end{aligned}$$

เมื่อเทียบกับหน่วยปริมาตร

หน่วยการตวงในมาตราไทย เป็นหน่วยการตวงที่นิยมใช้กันมาก คือ

$$\begin{aligned} 1 \text{ ถัง} &= 20 \text{ ลิตร (ทะนานหลวง)} \\ 1 \text{ เกวียน} &= 100 \text{ ถัง} \\ 1 \text{ เกวียน} &= 2 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \\ 1 \text{ เกวียน} &= 2,000 \text{ ลิตร} \\ 1 \text{ ลิตร} &= 1,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\ 10 \text{ มิลลิลิตร} &= 1 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\ 1 \text{ ลูกบาศก์เมตร} &= 1,000 \text{ ลิตร} \\ 1 \text{ ลูกบาศก์เมตร} &= 1,000,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\ 1 \text{ แกลลอน} &= 4.546 \text{ ลิตร} \\ 1 \text{ ลูกบาศก์นิ้ว} &= 16.103235 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\ 1 \text{ ลูกบาศก์นิ้ว} &= 0.0164 \text{ ลิตร} \\ 1 \text{ ลูกบาศก์ฟุต} &= 1.728 \text{ ลูกบาศก์นิ้ว} \\ 1 \text{ ลูกบาศก์ฟุต} &= 28.32 \text{ ลิตร} \\ 1 \text{ บาร์เรล} &= 158.98 \text{ ลิตร} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 อ่างน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบหนึ่ง กว้าง 30 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตร และสูง 40 เซนติเมตร

1. อ่างใบนี้จุน้ำกี่ลิตร
2. ถ้ามีน้ำบรรจุเต็มอ่าง และน้ำ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรหนัก 1 กรัม จงหาน้ำหนักของน้ำในอ่างใบนี้

วิธีทำ 1. ปริมาตรของอ่างน้ำ = ความกว้าง $\times$ ความยาว $\times$ ความสูง

แทนค่า

$$\begin{aligned}\text{ปริมาตรของอ่างน้ำ} &= 30 \times 50 \times 40 \\ &= 60,000 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}\end{aligned}$$

เมื่อเทียบกับหน่วยปริมาตร

$$1,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} = 1 \text{ ลิตร}$$

$$60,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} = \frac{60,000}{1,000} = 60 \text{ ลิตร}$$

2. น้ำ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรหนัก 1 กรัม

$$\text{น้ำ } 60,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตรหนัก } 60,000 \text{ กรัม} = \frac{60,000}{1,000} = 60 \text{ กิโลกรัม}$$

ตอบ 60 กิโลกรัม

ตัวอย่างที่ 2 ถังเก็บน้ำฝนทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 3 เมตร สูง 5 เมตร คิดเป็นปริมาตรของน้ำกี่ลิตร

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{ปริมาตร} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \times 5 \\ &= 35.36 \quad \text{ลูกบาศก์เมตร} \\ &= 35.36 \times 1,000,000 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\ &= 35,360,000 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}\end{aligned}$$

เนื่องจาก 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร = 1 ลิตร

$$\text{ดังนั้น } 35,360,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} = \frac{35,360,000}{1,000} = 35,360 \text{ ลิตร}$$

แบบฝึกหัดที่ 6

1. สระแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก้นสระกว้าง 5 วา ลึก 3 เมตร ยาว 15 เมตร ถ้าใช้เครื่องสูบน้ำออกจากสระได้น้ำทีละ 9,000 ลิตร จะต้องใช้เวลาสูบน้ำเท่าไร

.....

.....

.....

2. อ่างเลี้ยงปลาทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 90 เซนติเมตร ยาว 1.2 เมตร จุน้ำ 540 ลิตร ต้องการปูกระเบื้องภายในอ่างด้วยแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 10 เซนติเมตร ต้องใช้กระเบื้องอย่างน้อยที่สุดเท่าไร

.....

.....

.....

3. น้ำยาบ้วนปากขวดหนึ่งปริมาตรสุทธิ 700 มิลลิลิตร ใช้บ้วนปากครั้งละ 10 มิลลิลิตร วันละ 2 ครั้ง จะใช้ได้กี่วัน

.....

.....

.....

4. ถังน้ำทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ 2 เมตร จุน้ำได้กี่ลิตร

.....

.....

.....

5. ถังทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากวัดภายในกว้าง 90 เซนติเมตร ยาว 1.50 เซนติเมตร สูง 1.20 เมตร บรรจุน้ำเต็มถัง ถ้าต้องการตวงน้ำจากถังใส่แกลอนซึ่งมีความจุ 4.5 ลิตร จะได้น้ำทั้งหมดกี่แกลอน

.....

.....

.....

เรื่องที่ 5 การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและพื้นที่ผิว

ตัวอย่าง ลังกระดาษบรรจุกล่องซีดี วัดความยาวภายในได้กว้าง 12 เซนติเมตร บรรจุยาว 14 เซนติเมตร และสูง 15 เซนติเมตร และบรรจุกล่องซีดีเต็มลังพอดี ลังกระดาษนี้มีปริมาตรเท่าไร และถ้าหยิบกล่องซีดีออกมา 1 กล่อง ซึ่งมีปริมาตร 270 ลูกบาศก์เซนติเมตร กล่องซีดีจะหนาเท่าไร

วิธีทำ	ลังกระดาษมีปริมาตร	=	พื้นที่ฐาน x สูง
		=	$(12 \times 14) \times 15$
		=	2,520 ลูกบาศก์เซนติเมตร
	กล่องซีดี 1 กล่อง มีปริมาตร	=	พื้นที่ฐาน x หนา
	270	=	$(12 \times 15) \times \text{หนา}$
	หนา	=	$\frac{270}{12 \times 15}$
	กล่องใส่ซีดีมีความหนา	=	1.5 เซนติเมตร
	ลังกระดาษมีปริมาตร 2,520 ลูกบาศก์เซนติเมตร		

ตัวอย่าง น้ำขึ้นครึ่งวงกลมรัศมี 3 นิ้ว ตักน้ำใส่ถังทรงกระบอกที่มีรัศมี 10 นิ้ว และสูง 27 นิ้ว ก็ครั้งน้ำจึงจะเต็มถัง

วิธีทำ	ปริมาตรน้ำ 1 ชั้น	=	$\frac{1}{2}$ ของปริมาตรของทรงกลม
		=	$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3$
		=	$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 3$
		=	18π ลูกบาศก์นิ้ว
	ปริมาตรถังทรงกระบอก	=	$\pi r^2 h$
		=	$\pi \times 10^2 \times 27$
		=	$2,700 \pi$ ลูกบาศก์นิ้ว
	จะต้องตักน้ำ	=	$\frac{2,700 \pi}{18 \pi}$ ครั้ง
		=	150 ครั้ง
ตอบ			150 ครั้ง

แบบฝึกหัดที่ 7

1. ถังเก็บน้ำมันของปั๊มแห่งหนึ่งเป็นรูปทรงกลม มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 7 เมตร ต้องการทาสีครึ่งทรงกลมบน โดยเสียค่าทาสีตารางเมตรละ 40 บาท ต้องเสียค่าทาสีกี่บาท

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. หินอ่อนทรงลูกบาศก์มีขนาดด้านละ 2.1 เมตร ถ้าต้องการกลึงให้เป็นรูปทรงกลมให้มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับความยาวของด้านลูกบาศก์ จงหาว่า จะต้องกลึงหินออกไปปริมาตรเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. นำแท่งตะกั่วทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 8 นิ้ว ยาว 11 นิ้ว หนา 5 นิ้ว ไปหลอมเป็นลูกปืนทรงกลมขนาดรัศมี 1 นิ้ว จะหลอมได้กี่ลูก

.....

.....

.....

.....

.....

.....

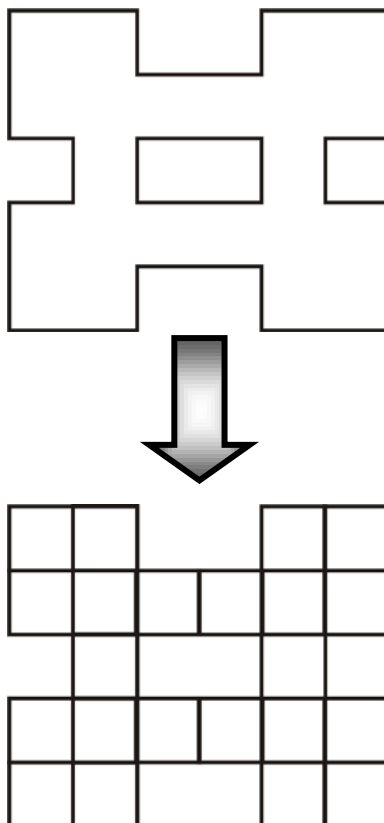
.....

เรื่องที่ 6 การคาดคะเนเกี่ยวกับปริมาตรและพื้นที่ผิว

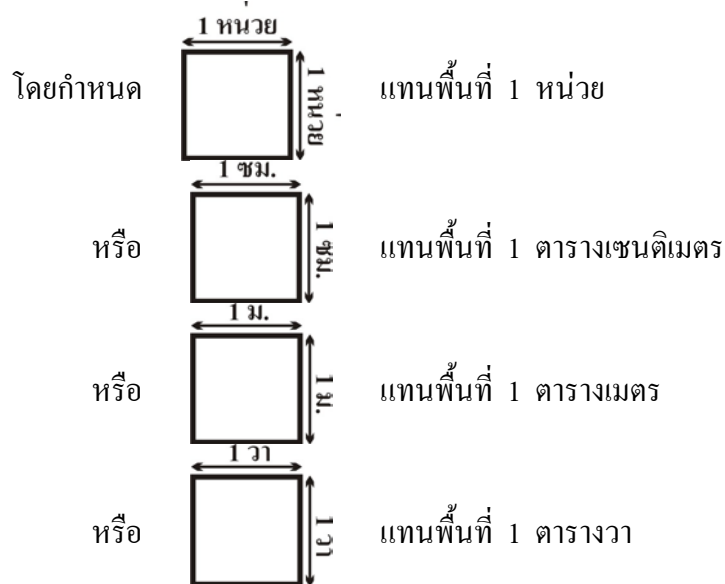
การคาดคะเนพื้นที่ เป็นการประมาณพื้นที่อย่างคร่าวๆ จากการมองโดยอาศัยประสบการณ์ และความรู้เกี่ยวกับขนาดและความยาวมาช่วยในการเปรียบเทียบและตัดสินใจ เพื่อให้ใกล้เคียงกับพื้นที่จริงมากที่สุด หน่วยพื้นที่ที่นิยมใช้ คือ ตารางเซนติเมตร(ซม.²) ตารางเมตร(ม.²) และตารางวา (วา²)

การคาดคะเนพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม

ตัวอย่าง จงคะเนหาพื้นที่รูปหลายเหลี่ยมต่อไปนี้



วิธีคิด ในบางครั้งการหาพื้นที่รูปหลายเหลี่ยมต่างๆ ที่ไม่ได้ระบุหน่วยความยาว เราอาจจะใช้วิธีการสร้างหน่วยตาราง 1 หน่วย กลุ่มพื้นที่ดังกล่าว



จากรูปภาพนับรูป  ได้ 22 รูป ซึ่งแทนพื้นที่ 22 ตารางหน่วย
ดังนั้นพื้นที่รูปหลายเหลี่ยม = 22 ตารางหน่วย

การคาดคะเนปริมาตรของสิ่งของและความจุของภาชนะ



บทที่ 7

คู่อันดับและกราฟ

สาระสำคัญ

คู่อันดับ เป็นการจับคู่ระหว่างสมาชิกสองตัวจากกลุ่ม เพื่อนำไปจัดทำกราฟบนระนาบพิกัดหาปริมาณ ความเกี่ยวข้องของปริมาณสองชุด

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. อ่านและอธิบายความหมายคู่อันดับได้
2. อ่านและแปลความหมายกราฟบนระนาบพิกัดจากที่กำหนดให้ได้
3. เขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องของปริมาณสองชุดที่กำหนดให้ได้

ขอบข่ายเนื้อหา

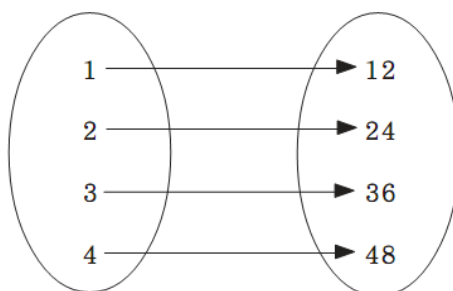
- เรื่องที่ 1 คู่อันดับ
- เรื่องที่ 2 กราฟของคู่อันดับ
- เรื่องที่ 3 การนำคู่อันดับและกราฟไปใช้

เรื่องที่ 1 คู่อันดับ

คู่อันดับ (Ordered pairs) เป็นการจับคู่ระหว่างสมาชิกสองตัวจากกลุ่ม 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ (a, b) อ่านว่า คู่อันดับเอบี

เรียก a ว่า สมาชิกตัวหน้า หรือสมาชิกตัวที่หนึ่ง

และเรียก b ว่า สมาชิกตัวหลัง หรือสมาชิกตัวที่สอง ดังแผนภาพ



เขียนเป็นคู่อันดับได้ดังนี้ $(1, 12), (2, 24), (3, 36), (4, 48)$

หมายเหตุ คู่อันดับ $(1, a) \neq (a, 1)$

ถ้ากำหนด (a, b) และ (x, y) เป็นคู่อันดับ 2 คู่ใดๆ จะได้ว่า $(a, b) = (x, y)$ ก็ต่อเมื่อ $a = x$ และ $b = y$

เช่น 1. $(x, y) = (5, 12)$

ดังนั้น $x = 5$ และ $y = 12$

2. $(x - 3, y - 2) = (0, 0)$

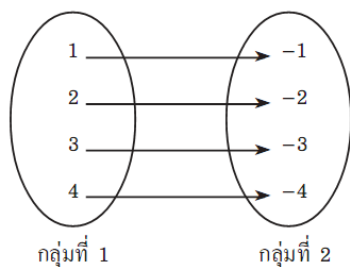
วิธีทำ $x - 3 = 0$ และ $y - 2 = 0$

ดังนั้น $x = 3$ และ $y = 2$

แบบฝึกหัดที่ 1

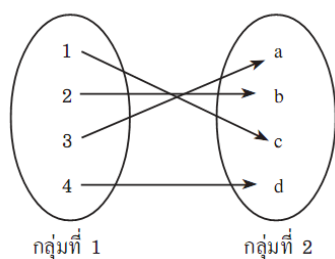
1. จงเขียนคู่อันดับจากแผนภาพที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1).



.....

2).



.....

3).

กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2
1	0
2	-1
3	-2
4	-3
5	-4

.....

2. จงหาค่า x และ y จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1). $(x,y) = (4,3)$

.....

2). $(x,y) = (y,2)$

.....

3). $(x,0) = (6,y)$

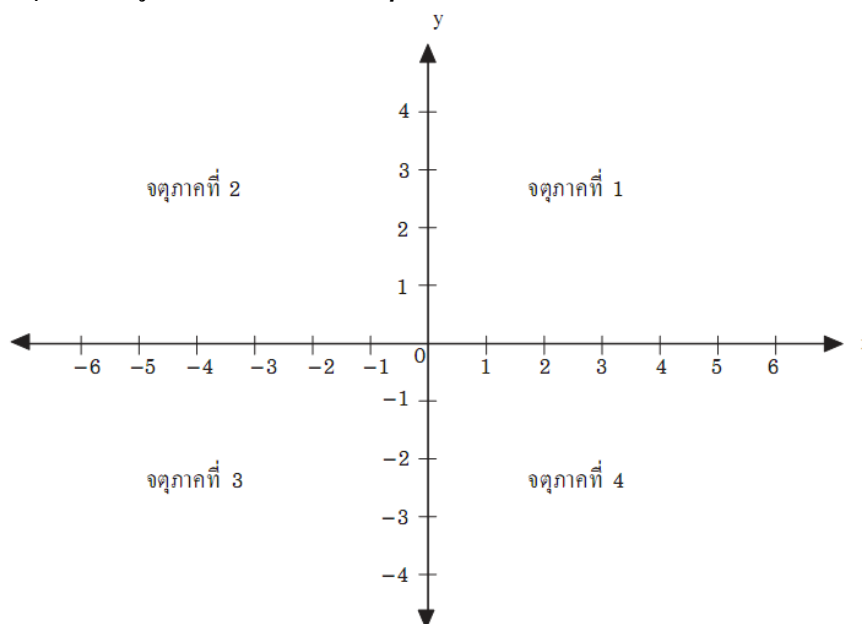
.....

4). $(x+1,y) = (5,4)$

.....

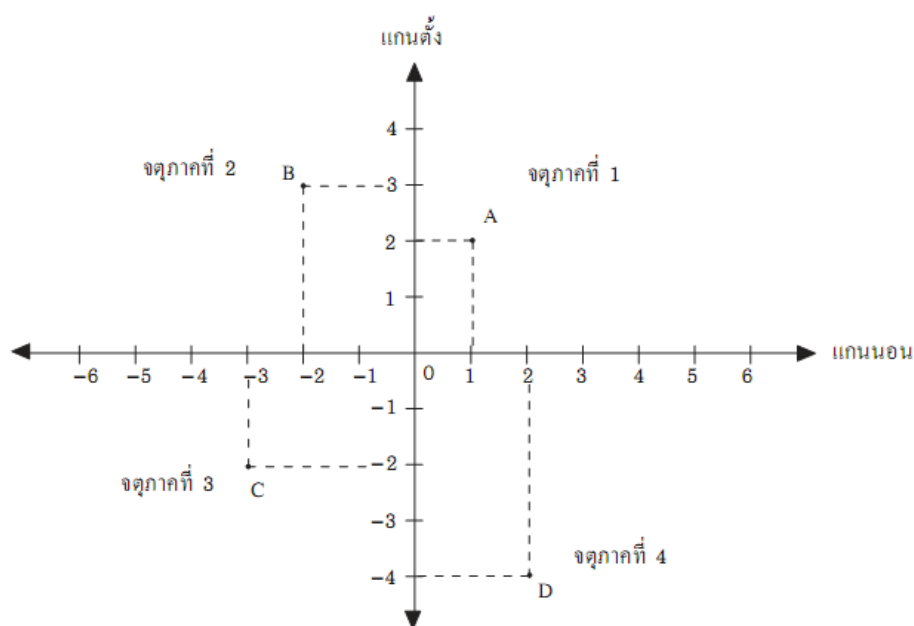
เรื่องที่ 2 กราฟของคู่อันดับ

กราฟของคู่อันดับเป็นแผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มหนึ่งกลับสมาชิกของอีกกลุ่มหนึ่ง โดยใช้เส้นจำนวนในแนวนอนหรือแนวตั้ง ให้ตัดกันเป็นมุมฉาก ที่ตำแหน่งของจุดที่แทนศูนย์ (0) ซึ่งเราเรียกว่า **จุดกำเนิด** ดังภาพ



เส้นจำนวนในแนวนอน หรือแกน X และเส้นจำนวนในแนวตั้ง หรือแกน Y อยู่บนระนาบเดียวกัน และแบ่งระนาบออกเป็น 4 ส่วนเรียกว่า **จุดภาค** (Quadrant)

การอ่านและแปลความหมายกราฟบนระนาบพิกัดฉากที่กำหนดให้



ตำแหน่งของจุด A คือ (1,2)

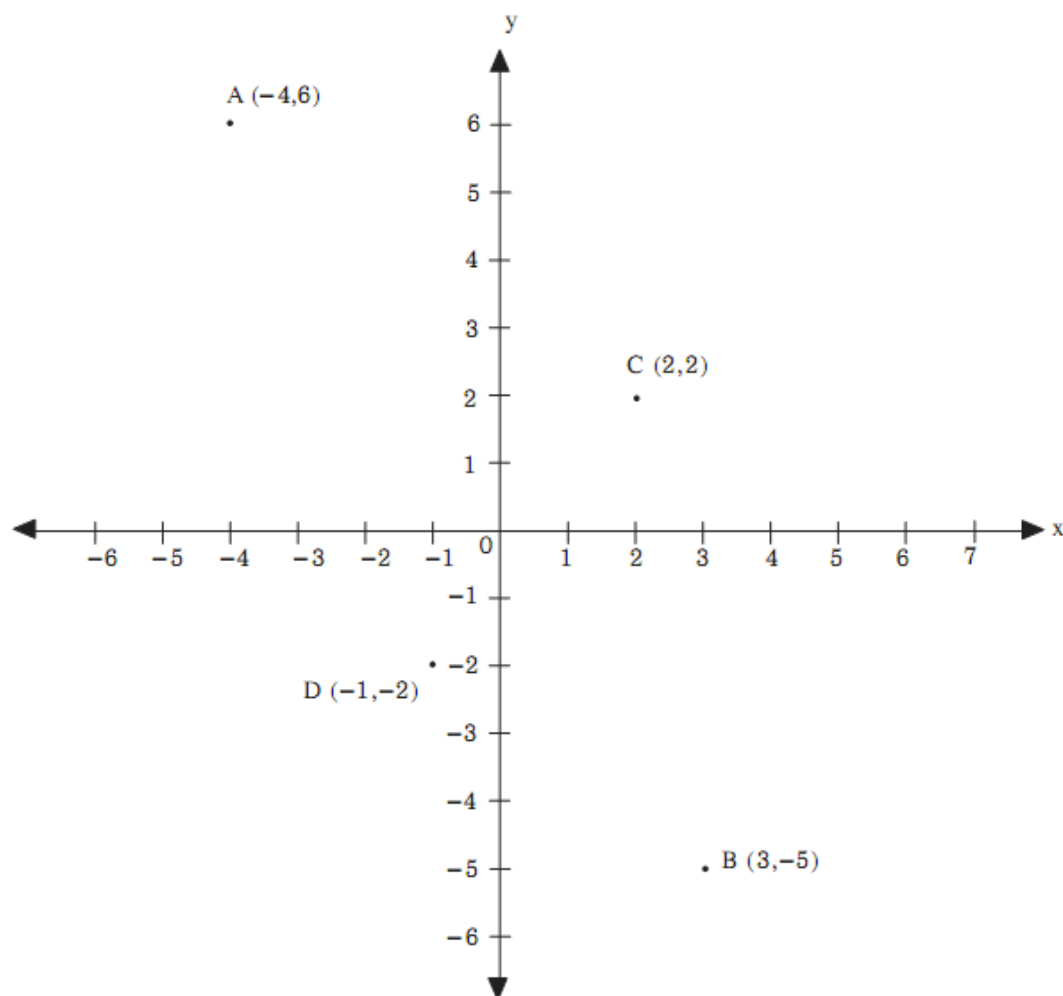
ตำแหน่งของจุด B คือ (-2,3)

ตำแหน่งของจุด C คือ (-3,-2)

ตำแหน่งของจุด D คือ (2,-4)

เรียกจุดที่แทนตำแหน่งคู่อันดับว่ากราฟของคู่อันดับ และเรียกตำแหน่งของคู่อันดับว่า พิกัด

ตัวอย่าง กำหนด $A = (-4,6)$, $B = (3,-5)$, $C = (2,2)$, $D = (-1,-2)$ จุด A, B, C, D อยู่ในจุดภาคใด

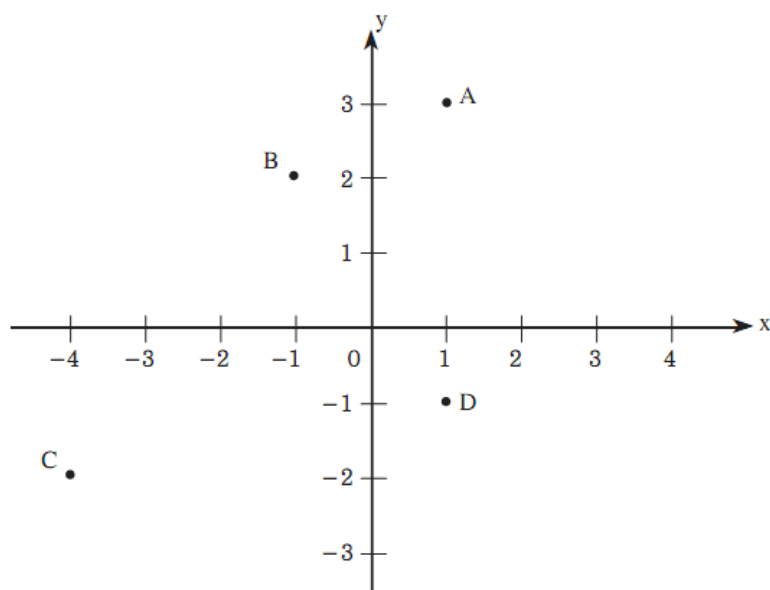


วิธีทำ	จุด A = (-4,6)	อยู่ในจุดภาคที่ 2
	จุด B = (3,-5)	อยู่ในจุดภาคที่ 4
	จุด C = (2,2)	อยู่ในจุดภาคที่ 1
	จุด D = (-1,-2)	อยู่ในจุดภาคที่ 3

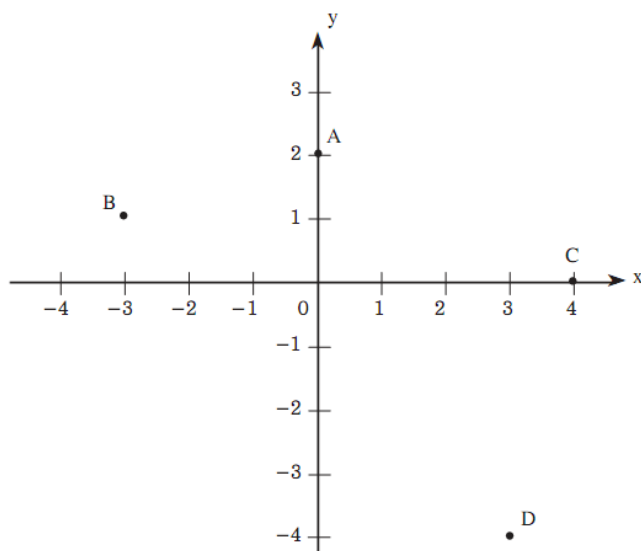
แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงหาพิกัดของจุด A, B, C, D ในแต่ละข้อ

1.1

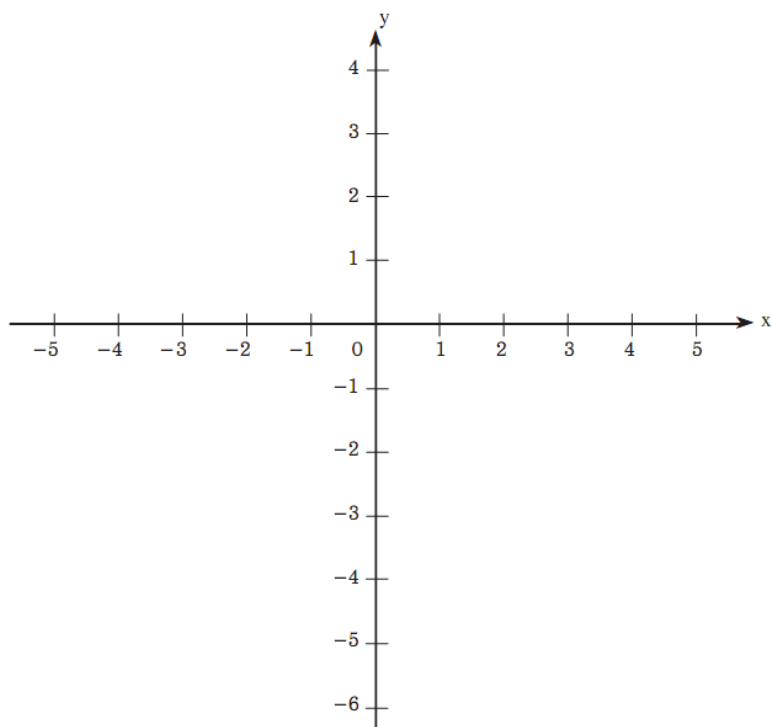


1.2

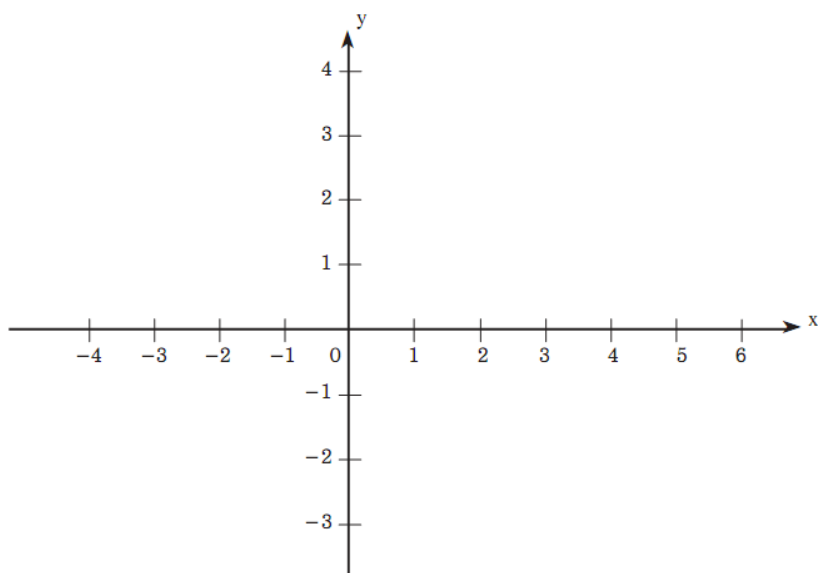


2. จงเขียนกราฟของคู่อันดับในแต่ละข้อ

1). $(1, 2), (-2, 4), (3, -6), (4, 0)$



2). $(5, -1), (2, 2), (-4, 3), (-2, 0)$

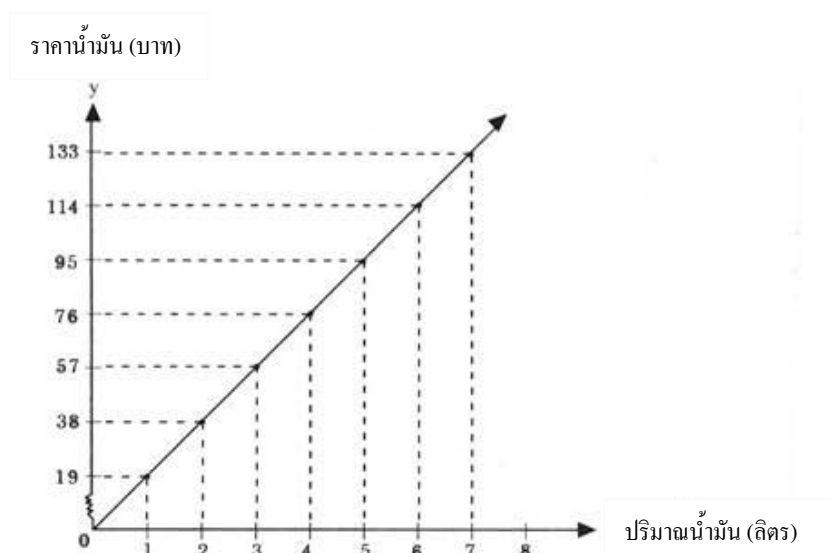


เรื่องที่ 3 การนำคู่อันดับและกราฟไปใช้

เราสามารถนำคู่อันดับและกราฟไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งจะกล่าวในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 กราฟที่แสดงปริมาณน้ำมัน (ลิตร) และราคาน้ำมัน (บาท) ของวันที่ 5 เดือนมีนาคม ปี 2552 ซึ่งมีราคาลิตรละ 19 บาท

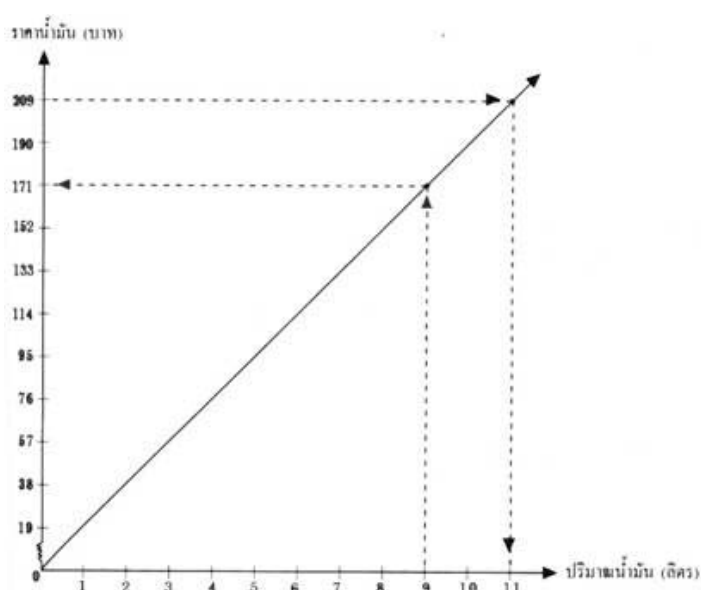
วิธีทำ



ตัวอย่างที่ 2 จากกราฟในตัวอย่างที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) น้ำมัน 9 ลิตร ราคาเท่าใด
- (2) เงิน 209 บาท ซื้อน้ำมันได้กี่ลิตร

วิธีทำ

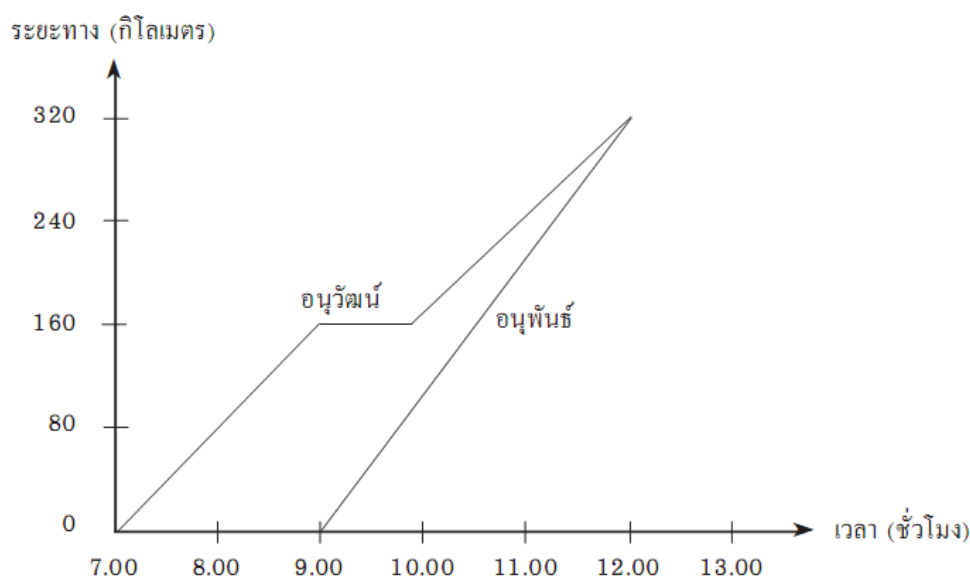


(1) จากตำแหน่งแสดงปริมาณน้ำมัน 9 ลิตร ลากเส้นตรงให้ขนานกับแกนตั้งไปตัดกราฟและจากจุดที่ตัดกราฟลากเส้นตรงขนานแกนนอนไปตัดแกนที่แสดงราคาน้ำมัน เป็นเงิน 171 บาท ดังนั้น น้ำมัน 9 ลิตร เป็นราคา 171 บาท

(2) จากตำแหน่งแสดงราคาน้ำมัน 209 ลิตร ลากเส้นตรงให้ขนานกับแกนนอนไปตัดกราฟและจากจุดที่ตัดกราฟลากเส้นตรงขนานแกนตั้งไปตัดที่แกนแสดงจำนวนน้ำมันเป็นปริมาณ 11 ลิตร ดังนั้น เงิน 209 ลิตร จะซื้อน้ำมันได้ 11 ลิตร

แบบฝึกหัดที่ 3

กราฟข้างล่างแสดงการเดินทางของอนุวัฒน์และอนุพันธ์



จงใช้กราฟที่กำหนดให้ตอบคำถามต่อไปนี้

- อนุวัฒน์ออกเดินทางก่อนอนุพันธ์กี่ชั่วโมง
.....
- อนุพันธ์ใช้เวลาเดินทางกี่ชั่วโมงจึงทันอนุวัฒน์
.....
- อนุพันธ์เดินทางทันอนุวัฒน์เมื่อทั้งสองเดินทางได้กี่กิโลเมตร
.....
- อนุวัฒน์ออกเดินทางนานเท่าไรจึงจะหยุดพัก
.....
- ตำแหน่งที่อนุวัฒน์หยุดพักห่างจากตำแหน่งที่อนุพันธ์ออกเดินทางกี่กิโลเมตร
.....

บทที่ 8

ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

สาระสำคัญ

รูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ มีความสัมพันธ์กันเป็นอย่างมาก เหมาะที่จะนำไปใช้ในการประดิษฐ์เป็นรูปลูกบาศก์และใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติที่กำหนดให้ได้
2. ระบุภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง ด้านบน ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้
3. วาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง หรือด้านบนได้

ขอบข่ายเนื้อหา

- เรื่องที่ 1 ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ
- เรื่องที่ 2 ภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง หรือด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ
- เรื่องที่ 3 การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

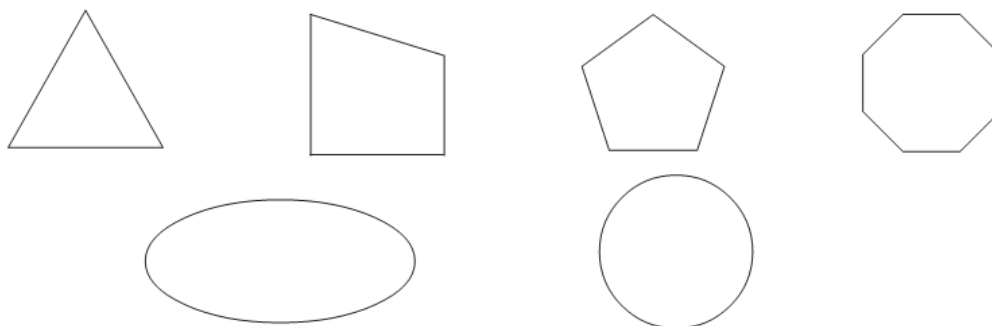
เรื่องที่ 1 ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ

รูปเรขาคณิตมีส่วนเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันมนุษย์ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน สิ่งแวดล้อมต่างๆ ที่อยู่รอบตัวเราล้วนเป็นไปด้วยวัตถุรูปเรขาคณิต นอกจากนี้เราใช้เรขาคณิตเพื่อทำความเข้าใจหรืออธิบายสิ่งต่างๆ รอบตัว เช่น ในการสำรวจพื้นที่ สร้างผังเมือง เป็นต้น

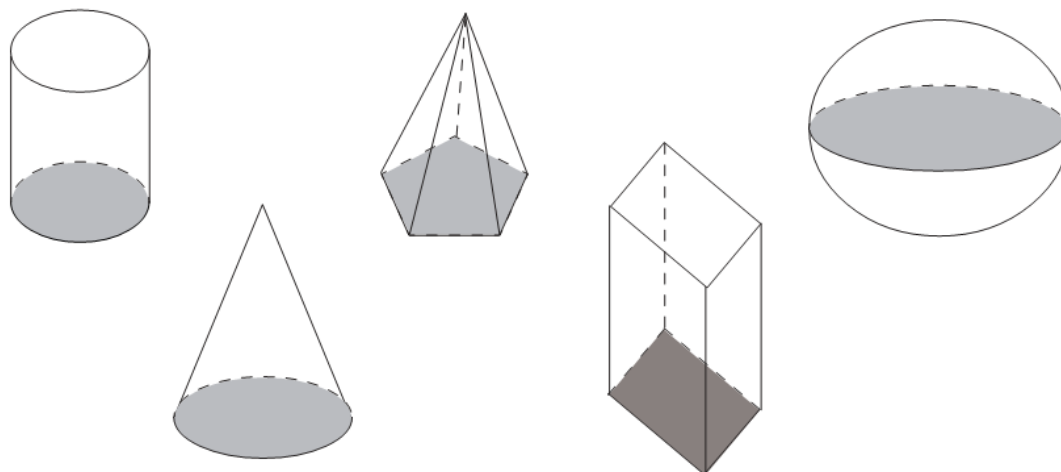
ภาพของรูปเรขาคณิต

รูปเรขาคณิต เป็นรูปที่ประกอบด้วย จุด ระบาย เส้นตรง เส้นโค้ง ฯลฯ อย่างน้อยหนึ่งอย่าง

ตัวอย่างภาพเรขาคณิตสองมิติ



ตัวอย่างรูปเรขาคณิตสามมิติ

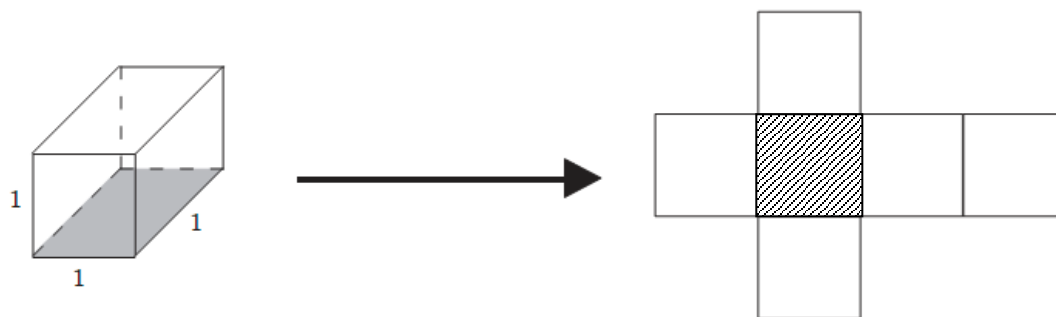


จะเห็นว่า รูปเรขาคณิตสามมิติ หรือทรงสามมิติ มีส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ และสองมิติ

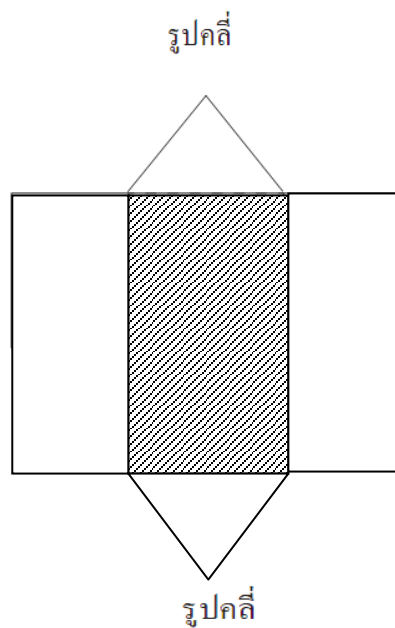
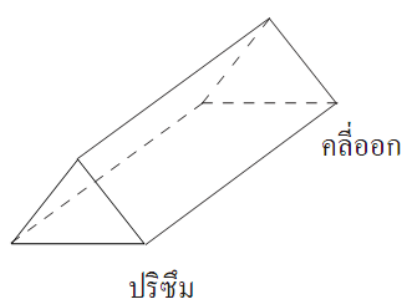
รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ หรือทรงสามมิติใดๆ เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติที่สามารถนำมาประกอบกันแล้วได้ทรงสามมิติ

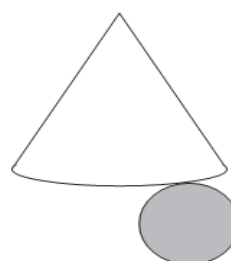
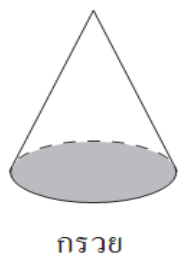
พิจารณาทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้าง ความยาว และความสูง 1 หน่วย เท่ากัน ซึ่งเราเรียกทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ว่า “ลูกบาศก์”

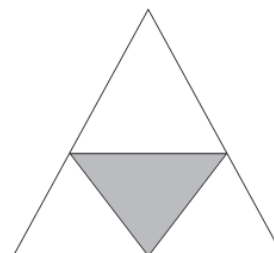
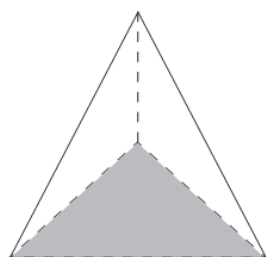
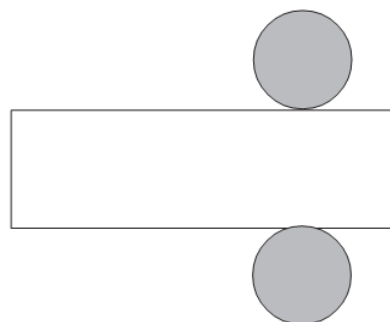
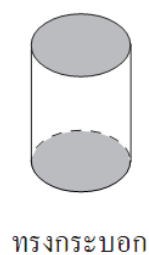


ตัวอย่าง รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
รูปเรขาคณิตสามมิติ



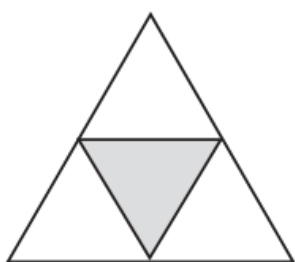
รูปเรขาคณิตสามมิติ



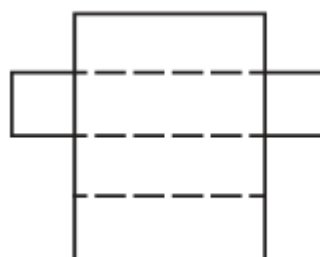


แบบฝึกหัดที่ 1

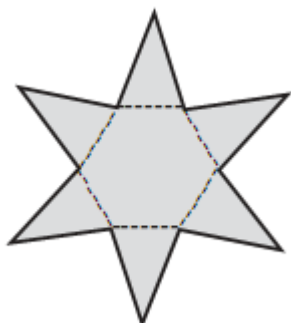
1. จงบอกชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีรูปคลี่ดังต่อไปนี้



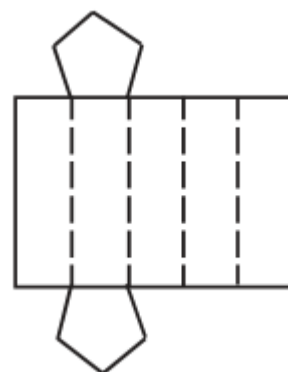
1.



2.

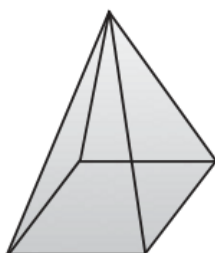
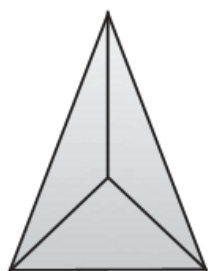
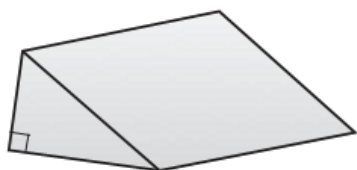
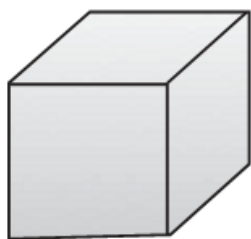


3.



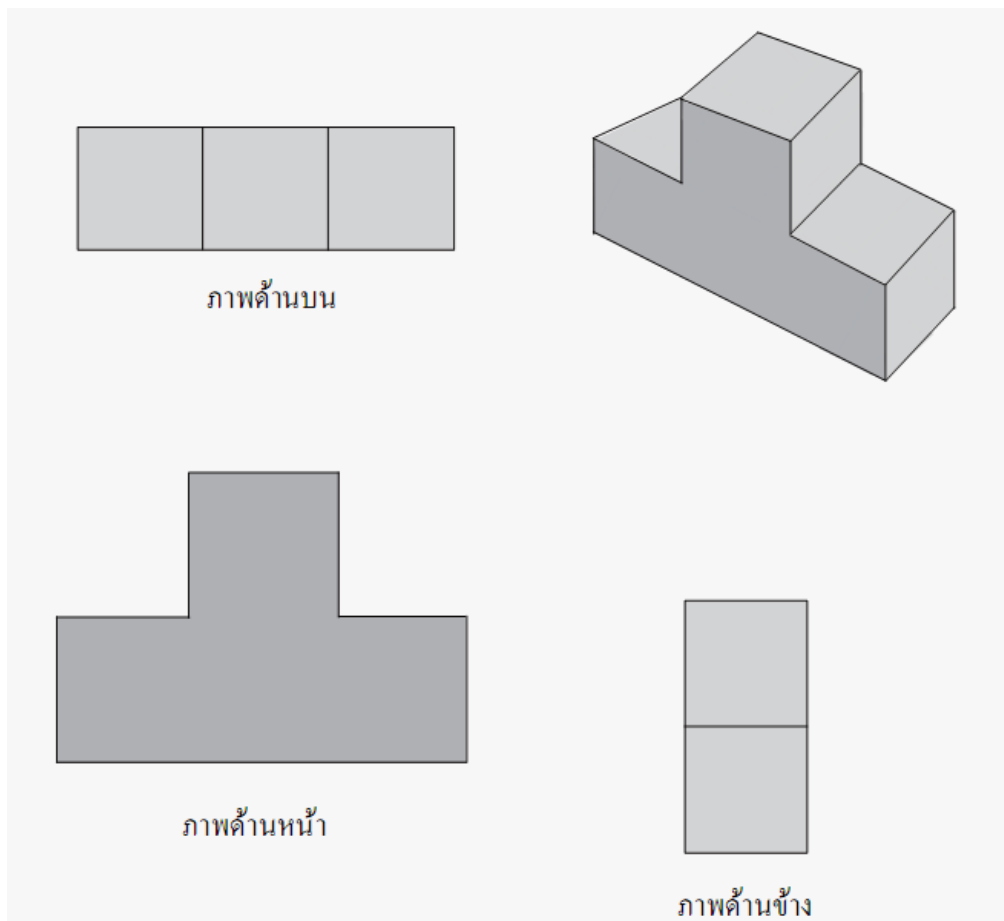
4.

2. จงเขียนรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติในแต่ละข้อต่อไปนี้

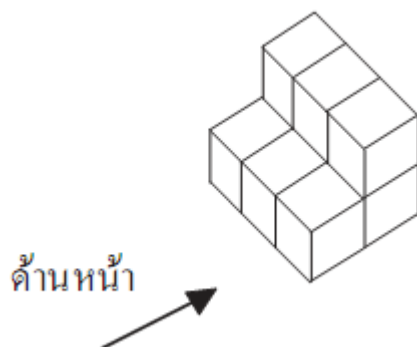


เรื่องที่ 2 ภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง หรือด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

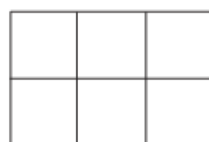
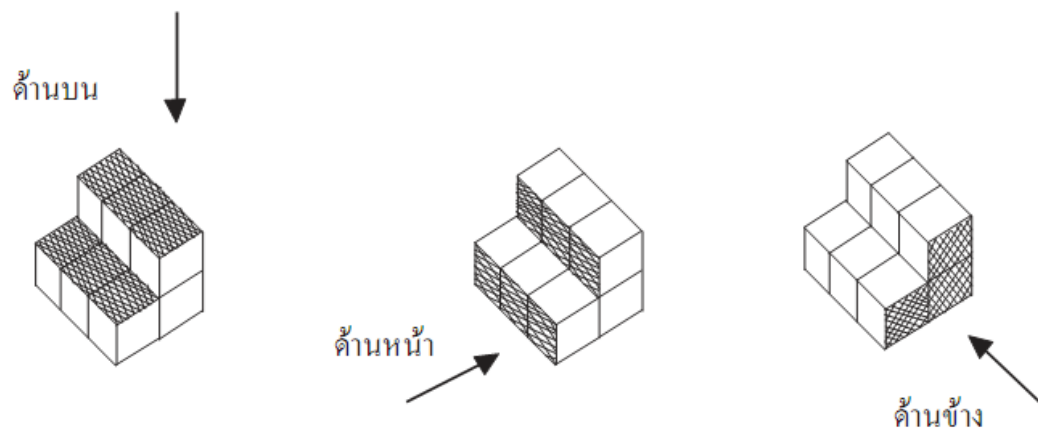
โดยทั่วไปการเขียนรูปเรขาคณิตสองมิติ ในการอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิตินิยมเขียน 3 ภาพ ซึ่งประกอบด้วย ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน ดังตัวอย่าง



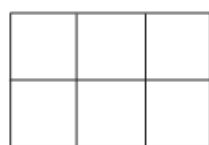
ตัวอย่าง จงร่างพร้อมทั้งเขียนรูปเรขาคณิตสองมิติส่วนที่เป็นด้านบน ด้านหน้า และด้านข้างของทรงสามมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้



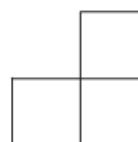
วิธีทำ



ด้านบน



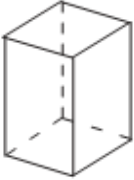
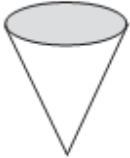
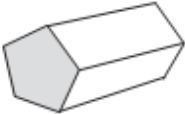
ด้านหน้า



ด้านข้าง

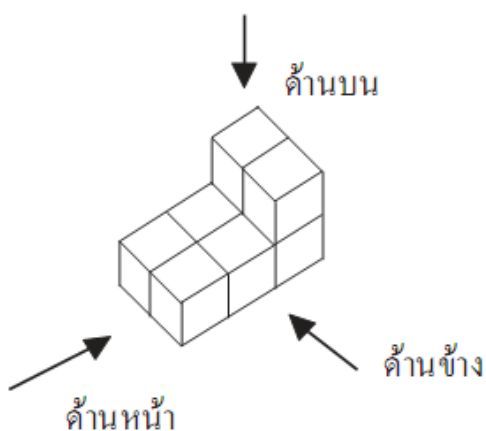
แบบฝึกหัดที่ 2

จงเขียนภาพด้านบน ด้านหน้า และด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้

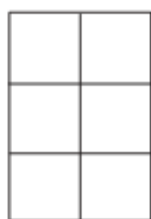
ภาพสามมิติ	ภาพด้านหน้า	ภาพด้านบน	ภาพด้านข้าง
			
			
			
			
			

เรื่องที่ 3 การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

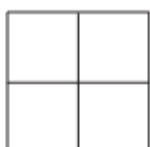
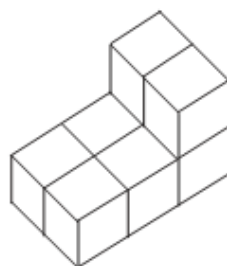
พิจารณารูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ต่อไปนี้



จะเห็นว่า เมื่อเขียนรูปเรขาคณิตสองมิติ แสดงภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และ ด้านบนดังภาพ



ภาพด้านบน



ภาพด้านหน้า

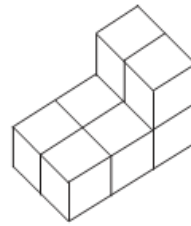


ภาพด้านข้าง

จะเห็นว่าการเขียนรูปเรขาคณิตสองมิติ เพื่อแสดงรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจาก ลูกบาศก์ เราสามารถเขียนจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้ในตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในด้านที่มองทั้งสาม ด้านดังภาพต่อไปนี้

2	2
1	1
1	1

ภาพด้านบน



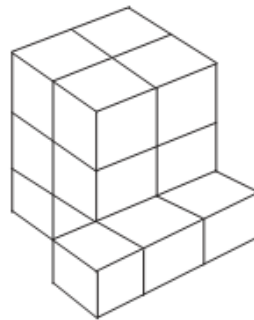
1	1
3	3

ภาพด้านหน้า

		2
2	2	2

ภาพด้านข้าง

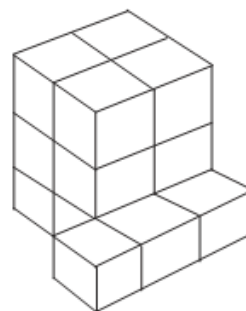
ตัวอย่าง จงเขียนภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปสามมิติที่กำหนดให้ พร้อมทั้งเขียนตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้ในตาราง



เขียนแสดงภาพทั้งหมดได้ดังนี้

3	3	1
3	3	1
		1

ภาพด้านบน



2	2	
2	2	
2	2	3

ภาพด้านหน้า

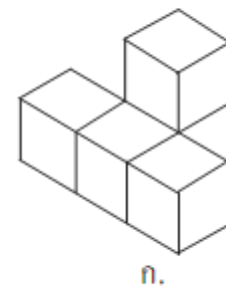
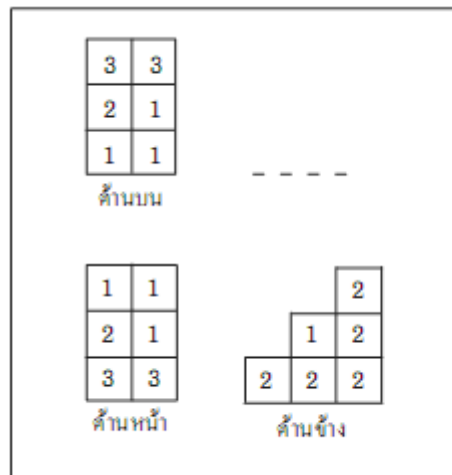
	2	2
	2	2
1	3	3

ภาพด้านข้าง

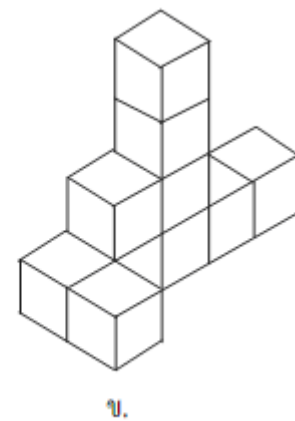
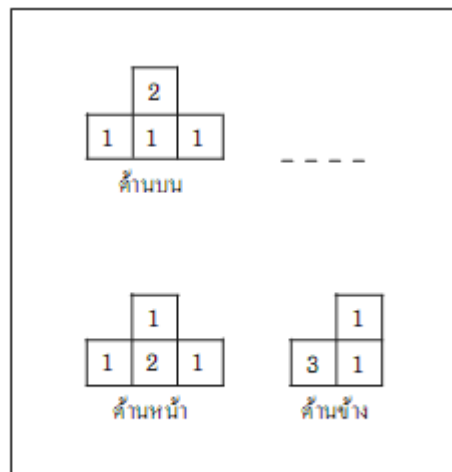
แบบฝึกหัดที่ 3

จงจับคู่ภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน ในแต่ละข้อต่อไปนี้กับรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ทางขวามือ โดยเลือกตัวอักษรที่กำกับไว้ในรูปเรขาคณิตสามมิติ เขียนเติมลงในช่องว่างบนขวาของแต่ละข้อ

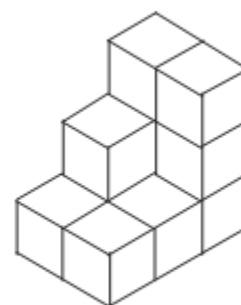
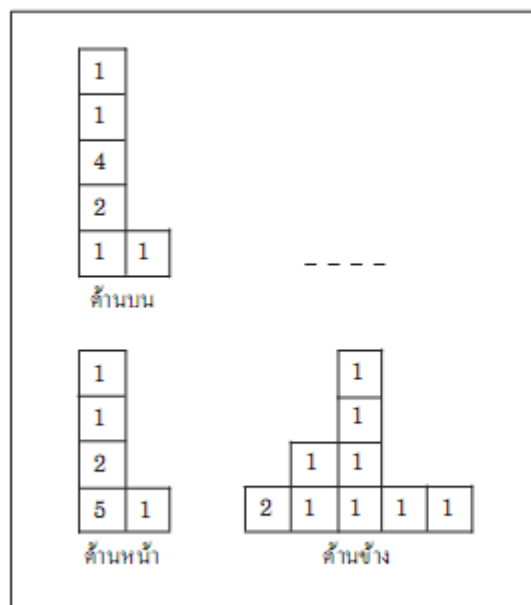
1)



2)

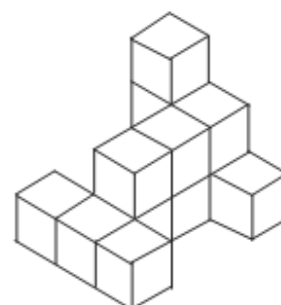
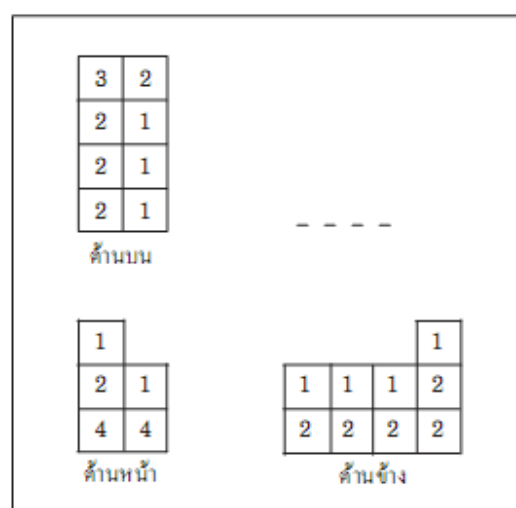


3)



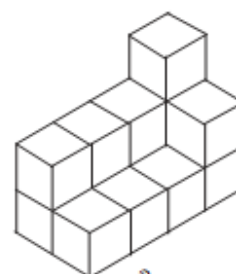
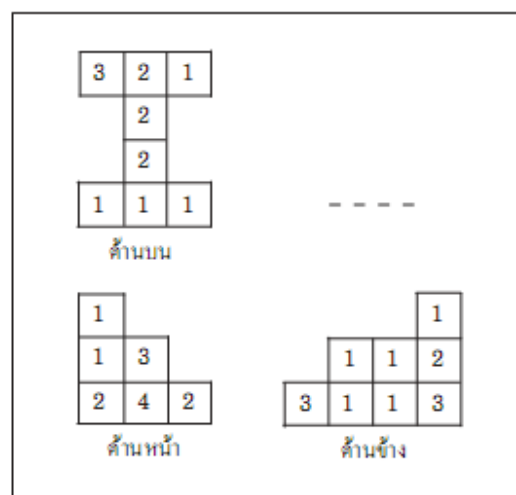
ก.

4)



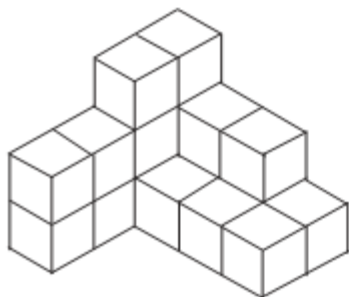
ง.

5)



จ.

2. จงเขียนภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้ในตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

บทที่ 9

สถิติ

สาระสำคัญ

1. ข้อมูลเบื้องต้นของสถิติ จะช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงที่ชัดเจนถูกต้อง ซึ่งจะเป็นประโยชน์สำหรับการวางแผนการดำเนินงาน และตัดสินใจปรับปรุงการดำเนินงานตามผลที่ได้นำเสนอข้อมูลไว้

2. การนำเสนอข้อมูล มีความมุ่งหมายเพื่อแสดงให้เห็นรายละเอียดของข้อมูลได้ง่าย ชัดเจน และรวดเร็ว สามารถนำข้อมูลไปใช้ประโยชน์ได้ทันที ฉะนั้นการเลือกใช้วิธีการนำเสนอข้อมูลต้องให้เหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลและการใช้ประโยชน์เป็นสำคัญ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. สามารถจัดเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมได้
2. สามารถนำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสมได้
3. หาค่ากลางของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่
4. เลือกและใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม
5. อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลที่กำหนดให้ได้
6. อภิปรายและให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลข่าวสารทางสถิติที่สมเหตุสมผลได้

ขอบข่ายเนื้อหา

- | | |
|-------------|------------------------------|
| เรื่องที่ 1 | การรวบรวมข้อมูล |
| เรื่องที่ 2 | การนำเสนอข้อมูล |
| เรื่องที่ 3 | การหาค่ากลางของข้อมูล |
| เรื่องที่ 4 | การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูล |
| เรื่องที่ 5 | การใช้สถิติข้อมูลและสารสนเทศ |

เรื่องที่ 1 การรวบรวมข้อมูล

1.1 สถิติ

คำว่า สถิติ (Statistics) มาจากภาษาเยอรมันว่า Statistik มีรากศัพท์มาจาก Stat

สถิติ หมายถึง ข้อมูลหรือสารสนเทศ หรือตัวเลขแสดงจำนวนหรือปริมาณของสิ่งต่าง ๆ ที่
ได้รวบรวมไว้

สถิติ หมายถึง วิธีการที่ว่าด้วยการเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์
ข้อมูลและการตีความหมายข้อมูล สถิติในความหมายนี้เป็นทั้งวิทยาศาสตร์และศิลปศาสตร์ เรียกว่า
"สถิติศาสตร์"

สรุป สถิติ หมายถึง ศาสตร์ที่ว่าด้วยการเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการวิเคราะห์
ข้อมูล

1.2 การรวบรวมข้อมูล (Data Collection)

การรวบรวมข้อมูล หมายถึง การนำเอาข้อมูลต่างๆ ที่ผู้อื่นได้เก็บไว้แล้ว หรือรายงานไว้ใน
เอกสารต่างๆ มาทำการศึกษาวิเคราะห์ต่อ

1.3 ประเภทของข้อมูล

ข้อมูล หมายถึง ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับตัวแปรที่สำรวจโดยใช้วิธีการวัดแบบใดแบบหนึ่ง
โดยทั่วไปจำแนกตามลักษณะของข้อมูลได้เป็น 2 ประเภท คือ

1) **ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative Data)** คือ ข้อมูลที่เป็นตัวเลขหรือนำมาให้อรรถาธิบายเป็น
ตัวเลข ซึ่งสามารถนำไปใช้วิเคราะห์ทางสถิติได้ เช่น อายุ น้ำหนัก ส่วนสูง

2) **ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative Data)** คือ ข้อมูลที่ไม่ใช่ตัวเลข ไม่ได้มีการให้อรรถาธิบาย
ตัวเลขที่จะนำไปวิเคราะห์ทางสถิติ แต่เป็นข้อความหรือข้อสนเทศ เช่น เพศ ระดับการศึกษา อาชีพ

1.4 แหล่งที่มาของข้อมูล

แหล่งข้อมูลที่สำคัญ ได้แก่ บุคคล เช่น ผู้ให้สัมภาษณ์ ผู้กรอกแบบสอบถาม บุคคลที่ถูก
สังเกต เอกสารทุกประเภท และข้อมูลสถิติจากหน่วยงาน รวมไปถึง ภาพถ่าย แผนที่ แผนภูมิ หรือ
แม้แต่วัตถุ สิ่งของ ก็ถือเป็นแหล่งข้อมูลได้ทั้งสิ้น โดยทั่วไปสามารถจัดประเภทข้อมูลตาม
แหล่งที่มาได้ 2 ประเภท คือ

1) **ข้อมูลปฐมภูมิ (Primary Data)** คือ ข้อมูลที่ผู้วิจัยเก็บขึ้นมาใหม่เพื่อตอบสนองวัตถุประสงค์การวิจัยในเรื่องนั้นๆ โดยเฉพาะการเลือกใช้ข้อมูลแบบปฐมภูมิ ผู้วิจัยจะสามารถเลือกเก็บข้อมูลได้ตรงตามความต้องการและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ ตลอดจนเทคนิคการวิเคราะห์ แต่มีข้อเสียตรงที่สิ้นเปลืองเวลา ค่าใช้จ่าย และอาจมีคุณภาพไม่ดีพอ หากเกิดความผิดพลาดในการเก็บข้อมูลภาคสนาม

2) **ข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary Data)** คือ ข้อมูลต่างๆ ที่มีผู้เก็บหรือรวบรวมไว้ก่อนแล้ว เพียงแต่นักวิจัยนำข้อมูลเหล่านั้นมาศึกษาใหม่ เช่น ข้อมูลสำมะโนประชากร สถิติจากหน่วยงาน และเอกสารทุกประเภท ช่วยให้ผู้วิจัยประหยัดค่าใช้จ่าย ไม่ต้องเสียเวลากับการเก็บข้อมูลใหม่ และสามารถศึกษาย้อนหลังได้ ทำให้ทราบถึงการเปลี่ยนแปลงและแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของปรากฏการณ์ที่ศึกษา แต่จะมีข้อจำกัดในเรื่องความครบถ้วนสมบูรณ์ เนื่องจากบางครั้งข้อมูลที่มีอยู่แล้วไม่ตรงตามวัตถุประสงค์ของเรื่องที่ผู้วิจัยศึกษา และปัญหาเรื่องความน่าเชื่อถือของข้อมูลก่อนจะนำไปใช้จึงต้องมีการปรับปรุงแก้ไขข้อมูล และเก็บข้อมูลเพิ่มเติมจากแหล่งอื่นในบางส่วนที่ไม่สมบูรณ์

1.4 วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล อาจแบ่งเป็นวิธีการใหญ่ๆ ได้ 3 วิธี คือ

1) **การสังเกตการณ์ (Observation)** ทั้งการสังเกตการณ์แบบมีส่วนร่วม และการสังเกตการณ์แบบไม่มีส่วนร่วม หรืออาจจะแบ่งเป็นการสังเกตการณ์แบบมีโครงสร้าง และการสังเกตการณ์แบบไม่มีโครงสร้าง

2) **การสัมภาษณ์ (Interview)** นิยมมากในทางสังคมศาสตร์ โดยเฉพาะการสัมภาษณ์โดยใช้แบบสอบถาม การสัมภาษณ์แบบเจาะลึก หรืออาจจะจำแนกเป็นการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล และการสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม เช่น เทคนิคการสนทนากลุ่ม ซึ่งนิยมใช้กันมาก

3) **การรวบรวมข้อมูลจากเอกสาร** เช่น หนังสือ รายงานวิจัย วิทยานิพนธ์ บทความ สิ่งพิมพ์ต่างๆ เป็นต้น

1.5 ขั้นตอนการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. การสัมภาษณ์บุคคลที่เกี่ยวข้อง
2. การบันทึกข้อมูลจากจากบันทึกหรือเอกสารของหน่วยงานต่างๆ
3. การอ่านและศึกษาค้นคว้า
4. การค้นหาข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต
5. การเข้าร่วมในเหตุการณ์ต่างๆ
6. การฟังวิทยุและดูโทรทัศน์

แบบฝึกหัดที่ 1

1. ให้ผู้เรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้แล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของผู้เรียน

ข้อที่	ข้อความ	ข้อมูลสถิติ	
		เป็น	ไม่เป็น
1	แดงสูง 163 เซนติเมตร		
2	นางสาวภาวิณีมีส่วนสัดเป็น 35-24-36		
3	น้ำหนักของนักเรียนทุกคนที่เรียนชุดการเรียนทางไกล		
4	อุณหภูมิที่จังหวัดปทุมธานีวันนี้วัดได้ 25 องศาเซลเซียส		
5	สมศรีได้คะแนน 15 คะแนน		
6	ในการโยนเหรียญ 10 ครั้ง เกิดหัว 6 ครั้ง เกิดก้อย 4 ครั้ง ได้ อัตราส่วนที่จะเกิดหัว $\frac{6}{10}$		
7	อาจารย์สุกรเงินเดือน 23,000 บาท		
8	ความสูงเฉลี่ยของประชาชนที่เป็นชาย 162 เซนติเมตร		
9	คน 6 คน เป็นชาย 4 คน เป็นหญิง 2 คน ที่อยู่ในบ้านวิชัย		
10	จำนวนคดีอาชญากรรมในปี 2551 ซึ่งรวบรวมมาจากบันทึกคดี อาชญากรรมแต่ละวันในแต่ละสถานีตำรวจ		

2. ให้ผู้เรียนพิจารณาข้อมูลในแต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็น

ข้อที่	ข้อความ	ข้อมูลสถิติ	
		ข้อมูล คุณภาพ	ข้อมูล ปริมาณ
1	สถิติคนไข้แยกตามเชื้อโรคของโรงพยาบาลแห่งหนึ่ง		
2	จำนวนครั้งของการโทรศัพท์ทางไกลจากแต่ละเครื่องใน สำนักงาน 10 เครื่อง ในวันหนึ่ง		
3	ผู้จัดการถูกสัมภาษณ์ถึงจำนวนเปอร์เซ็นต์ของเวลาทำงานที่ใช้ใน การประชุม		
4	เครื่องสำอางโดยเฉพาะสีของสีทาปาก ซึ่งแต่ละบริษัทใน 10 บริษัท ได้ระบุว่ามียอดขายมากที่สุด		

3. ให้ผู้เรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้ แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างตามความคิดเห็นของผู้เรียนว่าเป็นข้อมูลปฐมภูมิ หรือทุติยภูมิ

1) รายงานประจำปีของหน่วยงานต่างๆ

.....

2) สำนักงานสถิติแห่งชาติ ต้องการเก็บสถิติผลผลิตข้าวทั่วประเทศ โดยการไปสัมภาษณ์ชาวนา

.....

3) ศิริินกาไปขอข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนคนเกิด ตาย และย้าย ซึ่งสำนักงานเทศบาลแห่งหนึ่งได้รวบรวมไว้

.....

4) บรรณารักษ์ห้องสมุดโรงเรียนแห่งหนึ่ง ได้สังเกตและบันทึกการใช้ห้องสมุดของนักเรียนแต่ละวัน

.....

5) ครูคนหนึ่งต้องการทราบว่าห้องสมุดของโรงเรียนมีนักเรียนใช้มากหรือน้อยเพียงใดในแต่ละวัน จึงไปขอลอกข้อมูลจากบรรณารักษ์

.....

เรื่องที่ 2 การนำเสนอข้อมูล

การนำเสนอข้อมูลเป็นการนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาจากแหล่งต่าง ๆ ซึ่งยังไม่เป็นระบบ มาจัดเป็นหมวดหมู่ให้มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันตามวัตถุประสงค์ เพื่อสะดวกแก่การอ่าน ทำความเข้าใจ การวิเคราะห์ และแปลความหมาย เพื่อประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันต่อไป

การนำเสนอข้อมูลแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. การนำเสนอข้อมูลอย่างไม่มีแบบแผน (informal presentation) หมายถึง การนำเสนอข้อมูลที่ไม่มีกฎเกณฑ์ หรือแบบแผนที่แน่นอนตายตัว เป็นการอธิบายลักษณะของข้อมูลตามเนื้อหาข้อมูล ที่นิยมใช้มีสองวิธีคือ การนำเสนอข้อมูลในรูปบทความหรือข้อความเรียง และการนำเสนอข้อมูลในรูปบทความกึ่งตาราง

- การนำเสนอข้อมูลในรูปข้อความ นิยมใช้กับข้อมูลที่มีจำนวนไม่มากนัก เช่น ในปีงบประมาณ 2552 กศน.บ้านแพ้ว ได้อนุมัติให้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจบการศึกษา จำนวน 480 คน คิดเป็นร้อยละ 92 อนุมัติให้นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจบการศึกษา จำนวน 372 คน คิดเป็นร้อยละ 95

- การนำเสนอข้อมูลในรูปข้อความกึ่งตาราง (Semi – tabular arrangement) คือ การนำเสนอข้อมูล โดยแยกตัวเลขออกจากข้อความ เพื่อต้องการให้เห็นตัวเลขที่ชัดเจนและเปรียบเทียบความแตกต่างได้สะดวกยิ่งขึ้น ตัวอย่าง เช่น บริษัทคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่งมีจำนวนยอดขายประจำเดือนมกราคม 2553 ของลูกค้า จำแนกตามภาคต่าง ๆ ดังนี้

ภาค	จำนวนยอดขาย (พันเครื่อง)
เหนือ	210
กลาง	398
ตะวันออก	135
ตะวันออกเฉียงเหนือ	102
ใต้	170

2. การนำเสนอข้อมูลอย่างมีแบบแผน เป็นการนำเสนอข้อมูลที่มีกฎเกณฑ์ โดยแต่ละแบบจะต้องประกอบด้วยชื่อเรื่อง ส่วนของการนำเสนอ และแหล่งที่มาของข้อมูล การนำเสนอข้อมูลอย่างมีแบบแผน ประกอบด้วย การนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิวงกลม (แผนภูมิวง) แผนภูมิแท่ง กราฟเส้น และตารางแจกแจงความถี่

2.1 การนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง

การนำเสนอในรูปตาราง (Tabular presentation) ข้อมูลต่างๆ ที่เก็บรวบรวมมาได้เมื่อทำการประมวลผลแล้วจะอยู่ในรูปตาราง เป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่าย และนิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย เพราะมีความสะดวกและง่ายแก่การนำไปวิเคราะห์และแปลความหมายทางสถิติ

เปรียบเทียบการปรับราคาน้ำมันปี 2521-2523

(ราคา : บาท / ลิตร)

ชนิดน้ำมัน	2521	2522				2523	
	10 มี.ค.	31 ม.ค.	22 มี.ค.	13 ก.ค.	20 ก.ค.	9 ก.พ.	20 มี.ค.
เบนซินพิเศษ	4.98	5.60	-	7.84	-	9.80	-
เบนซินธรรมดา	4.98	5.12	-	7.45	-	9.26	-
น้ำมันก๊าด	2.68	3.06	-	5.12	4.20	6.71	5.70
ดีเซลหมุนเร็ว	2.64	3.03	-	4.88	-	7.39	6.50
ดีเซลหมุนช้า	2.50	2.93	-	4.71	-	7.12	6.27
น้ำมันเตา 450	1.52	-	-	-	-	-	-
น้ำมันเตา 600	1.66	1.86	1.90	3.04	-	3.78	-
น้ำมันเตา 1,200	1.62	1.79	1.83	2.93	-	3.64	-
น้ำมันเตา 1,500	1.61	1.77	1.81	2.90	-	3.61	-

ที่มา: ภาวะการค้าของประเทศไทยปี 2522 สภาหอการค้าแห่งประเทศไทย

2.2 การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิรูปภาพ

แผนภูมิรูปภาพ คือ แผนภูมิที่ใช้รูปภาพแทนจำนวนของข้อมูลที่นำเสนอ เช่น แผนภูมิรูปภาพคน รูปภาพคน 1 คน แสดงประชากรที่นำเสนอ 1 ล้านคน เป็นต้น

การเขียนแผนภูมิรูปภาพ อาจกำหนดให้รูปภาพ 1 รูปแทนจำนวนสิ่งของ 1 หน่วย หรือหลายหน่วยก็ได้รูปภาพแต่ละรูปต้องมีขนาดเท่ากันเสมอ

แผนภูมิแสดงงานอดิเรกของนักเรียนชั้น ป. 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง (สำรวจเมื่อวันที่ 19 มกราคม 2548)

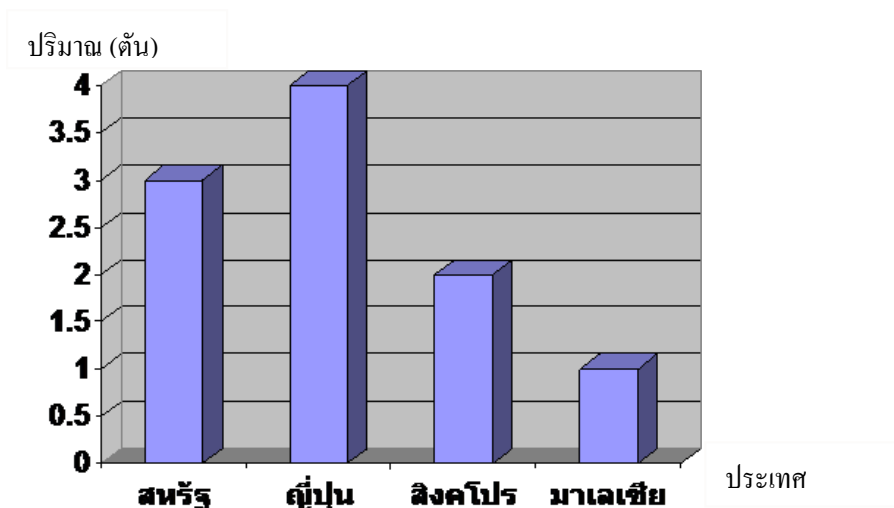
ปลูกต้นไม้	
อ่านหนังสือ	
วาดรูป	
เลี้ยงสัตว์	
เล่นกีฬา	

หมายเหตุ 1 ภาพแทนจำนวนนักเรียน 15 คน

2.3 การนำเสนอด้วยแผนภูมิแท่ง (Bar chart) ประกอบด้วยรูปแท่งสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งแต่ละแท่งมีความหนาเท่าๆ กัน โดยจะวางตามแนวดิ่งหรือแนวนอนของแกนพิกัดฉากก็ได้

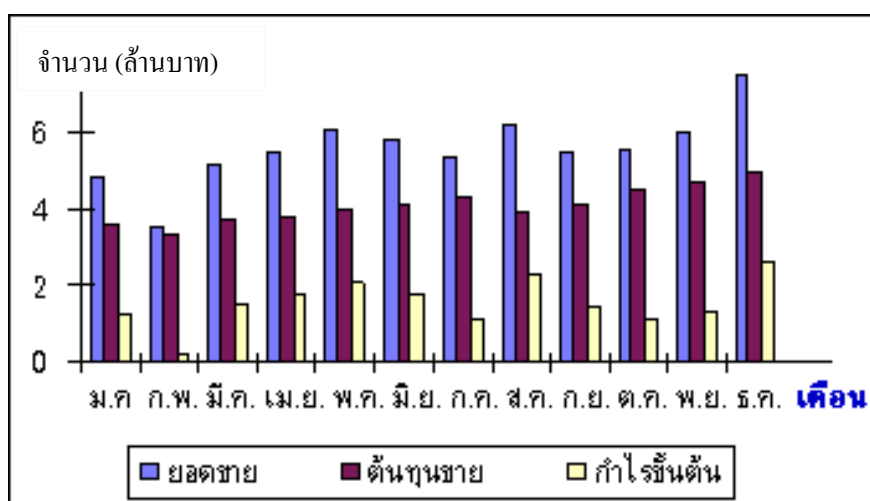
แผนภูมิแท่งแบบทางเดียว เป็นการนำข้อมูลเพียงข้อมูลเดียวนำเสนอในรูปแบบของแท่งสี่เหลี่ยม

ตัวอย่าง แผนภูมิแท่งแสดงการส่งออกไม้ไปต่างประเทศ



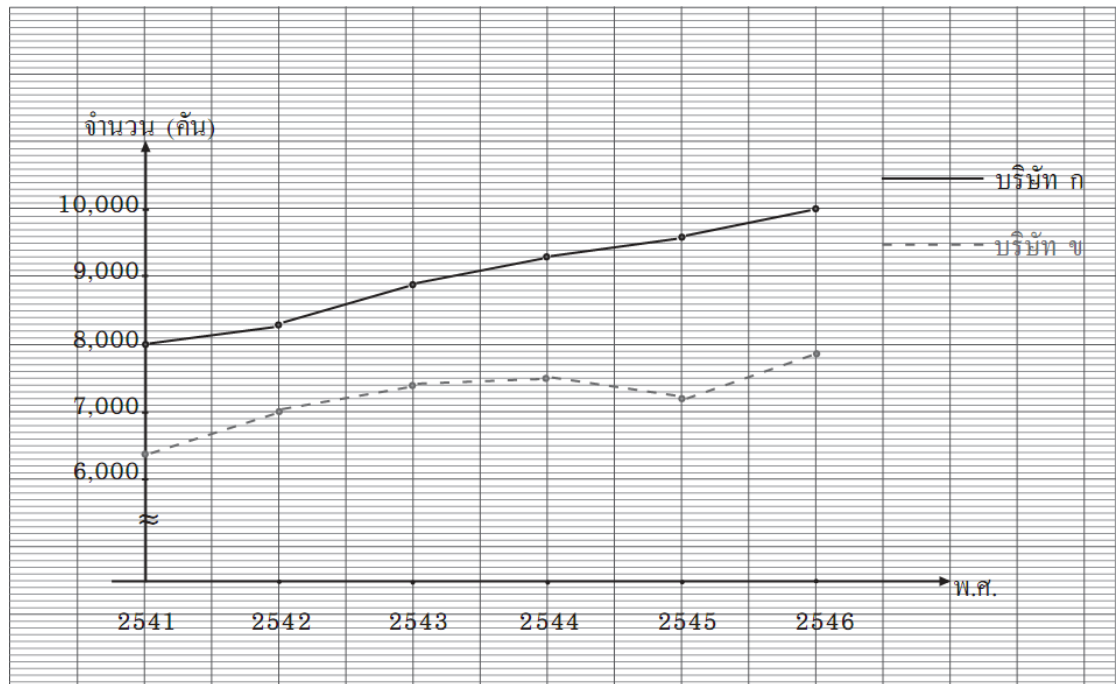
แผนภูมิแท่งแสดงการเปรียบเทียบ เป็นการนำข้อมูลตั้งแต่ 2 ชุดขึ้นไปที่เป็นเรื่องเดียวกันนำมาเขียนบนแกนคู่เดียวกัน แล้วระบายสีแท่งสี่เหลี่ยมให้ต่างกันเพื่อง่ายต่อการดู แล้วอธิบายว่าสีใดแทนอะไร

ตัวอย่าง แผนภูมิแสดงการเปรียบเทียบยอดขายแต่ละเดือนของบริษัทหนึ่ง



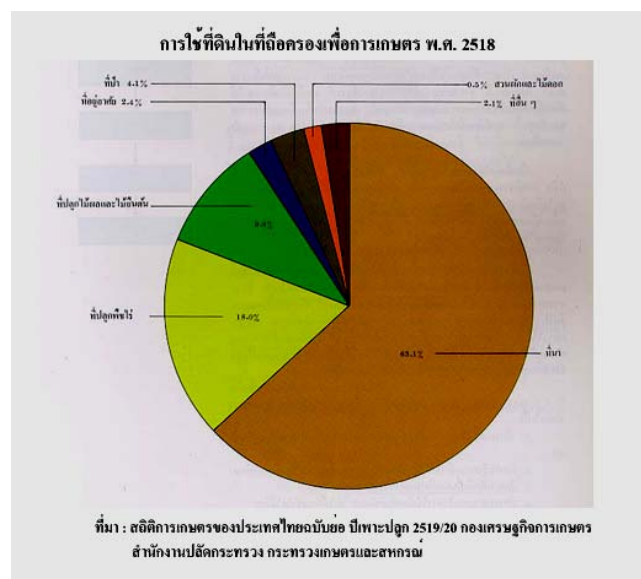
2.4 การนำเสนอด้วยกราฟเส้น (Line graph) เป็นแบบที่รู้จักกันดีและใช้กันมากที่สุดแบบหนึ่ง เหมาะสำหรับข้อมูลที่อยู่ในรูปของอนุกรมเวลา เช่น ราคาข้าวเปลือกในเดือนต่างๆ ปริมาณสินค้าส่งออกรายปี เป็นต้น

จากตาราง นำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น ดังนี้



2.5 การนำเสนอด้วยรูปแผนภูมิวงกลม (Pie chart) เป็นการแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนต่างๆ ตามจำนวนชนิดของข้อมูลที่จะนำเสนอ

ตัวอย่าง แผนภูมิวงกลมแสดงการใช้ที่ดินที่ถือครอง เพื่อการเกษตร พ.ศ. 2518



2.6 การนำเสนอข้อมูลในรูปตารางแจกแจงความถี่

ข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ นั้น ถ้ามีจำนวนมากหรือซ้ำกันอยู่มาก เมื่อมาเรียงกันหรือจัดให้อยู่เป็นหมวดหมู่แล้ว จะช่วยให้เราบอกรายละเอียดต่างๆ หรือสรุปผลเกี่ยวกับข้อมูลได้สะดวกและรวดเร็วขึ้น

เช่น

ในการชั่งน้ำหนักของนักเรียน 40 คน หน่วยเป็นกิโลกรัม ปรากฏผลดังนี้

57	44	46	41	48	50	51	42	43	45
45	43	42	40	50	41	47	60	50	52
46	42	42	53	46	55	45	41	50	42
44	41	40	45	59	44	49	50	39	42

ในทางสถิติเรียกว่า **ข้อมูลดิบ** หรือ **คะแนนดิบ** หรือ **ค่าจากสังเกต** เมื่อนำมาจัดเรียงใหม่ให้เป็นระบบโดยอาจเรียงจากมากไปหาน้อยหรือจากน้อยไปหามาก แล้วบันทึกรอยขีด แสดงจำนวนครั้งของข้อมูลที่เกิดขึ้นซ้ำกันในตาราง จำนวนรอยขีดที่นับได้เรียกว่า **ความถี่** ของแต่ละข้อมูล

ตารางที่นำเสนอข้อมูลในรูปแบบนี้เรียกว่า **ตารางแจกแจงความถี่** และวิธีการจำแนกข้อมูลโดยการบันทึกรอยขีดเพื่อหาค่าความถี่เรียกว่า **การแจกแจงความถี่**

การสร้างตารางแจกแจงความถี่

ในกรณีที่ข้อมูลที่เก็บรวบรวมมามีจำนวนมากๆ และไม่ค่อยซ้ำกัน ถ้าจะเรียงลำดับจะเป็นการเสียเวลาและสิ้นเปลืองมาก จึงกำหนดข้อมูลเป็นช่วงๆ และหาความถี่ของช่วงข้อมูลนั้นๆ

วิธีการสร้างตารางแจกแจงความถี่ โดยจัดเป็นอันตรภาคชั้นให้ทุกๆ ชั้นมีความกว้างเท่ากัน มีวิธีการดังนี้

1. หาพิสัยของข้อมูล

พิสัย = ข้อมูลที่มีค่าสูงสุด – ข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด

2. กำหนดจำนวนชั้นหรือกำหนดความกว้างของอันตรภาคชั้นขึ้นมา

- ถ้ากำหนดจำนวนชั้นก็ให้หาความกว้างของอันตรภาคชั้น

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{พิสัย}}{\text{จำนวนอันตรภาคชั้น}}$$

(เศษเท่าไรปัดขึ้นเสมอ)

- ถ้ากำหนดความกว้างของอันตรภาคชั้นก็หาจำนวนชั้นได้จาก

$$\text{จำนวนอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{พิสัย}}{\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น}}$$

(เศษเท่าไรปัดขึ้นเสมอ)

3. เขียนอันตรภาคชั้นโดยเรียงค่าจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย ถ้าเรียงค่าจากน้อยไปมาก ต้องให้ข้อมูลที่มีค่าต่ำสุดในอันตรภาคชั้นแรก และข้อมูลที่มีค่าสูงสุดอยู่ในอันตรภาคชั้นสุดท้าย

4. นำข้อมูลดิบมาใส่ในตารางโดยใช้รอยขีด

5. รวมความถี่ตามรอยขีด

ตัวอย่าง จากข้อมูล

72	74	49	50	62	43	44	54	46	54
45	53	63	67	65	57	65	50	66	69
80	77	60	55	52	56	61	61	82	74
48	66	71	81	51	59	48	68	70	63

จงหา

1. พิสัย
2. จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ ให้มีทั้งหมด 6 ชั้น
3. จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ ให้มีความกว้างของอันตรภาคชั้นทุกชั้นเป็น 8 ทุกชั้น

วิธีทำ

1. ข้อมูลที่มีค่าสูงสุดเป็น 82

ข้อมูลที่มีค่าต่ำสุดเป็น 43

$$\text{ดังนั้นพิสัย} = 82 - 43 = 39$$

ตอบ พิสัยเป็น 39

2. โจทย์กำหนดให้สร้างตารางแจกแจงความถี่ทั้งหมด 6 ชั้น

$$\begin{aligned} \text{จำนวนอันตรภาคชั้น} &= \frac{\text{พิสัย}}{\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น}} \\ \text{จำนวนชั้น} &= \frac{39}{6} \\ &= 6.5 \\ &\approx 7 \end{aligned}$$

ดังนั้นความกว้างของอันตรภาคชั้นเป็น 7

เขียนอันตรภาคชั้นโดยเรียงค่าจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย ถ้าเอาข้อมูลที่มีค่าต่ำสุดเป็นตัวเริ่มต้น และให้มีความกว้างของอันตรภาคชั้นเป็น 7 จัดได้ดังนี้

อันตรภาคชั้น	รอยขีด	ความถี่
43-49	/// //	7
50-56	/// ///	9
57-63	/// ///	8
64-70	/// ///	8
71-77	///	5
78-84	///	3
รวม		40

จากตารางแจกแจงความถี่ข้างต้น มีค่าต่างๆ ที่ผู้เรียนควรทราบอีก คือ

1. ขอบล่าง $\frac{\text{ค่าที่น้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นนั้น} + \text{ค่าที่มากที่สุดของอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าหนึ่งชั้น}}{2}$

หรือ ขอบล่าง = ค่าที่น้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นที่เราต้องการ - 0.5

เช่น ขอบล่างของอันดับชั้น 50-56 ได้แก่ 49.5

$$2. \text{ขอบบน} = \frac{\text{ค่าที่มากที่สุดของอันดับชั้นนั้น} + \text{ค่าที่น้อยที่สุดของอันดับชั้นที่สูงกว่าหนึ่งชั้น}}{2}$$

หรือ ขอบบน = ค่าที่มากที่สุดของอันดับชั้นที่เราต้องการ + 0.5

$$\text{เช่น ขอบบนของอันดับชั้น } 50 - 56 = \frac{56 - 57}{2} = 56.5 \text{ หรือ } \text{ขอบบน} = 56 + 0.5 = 56.5$$

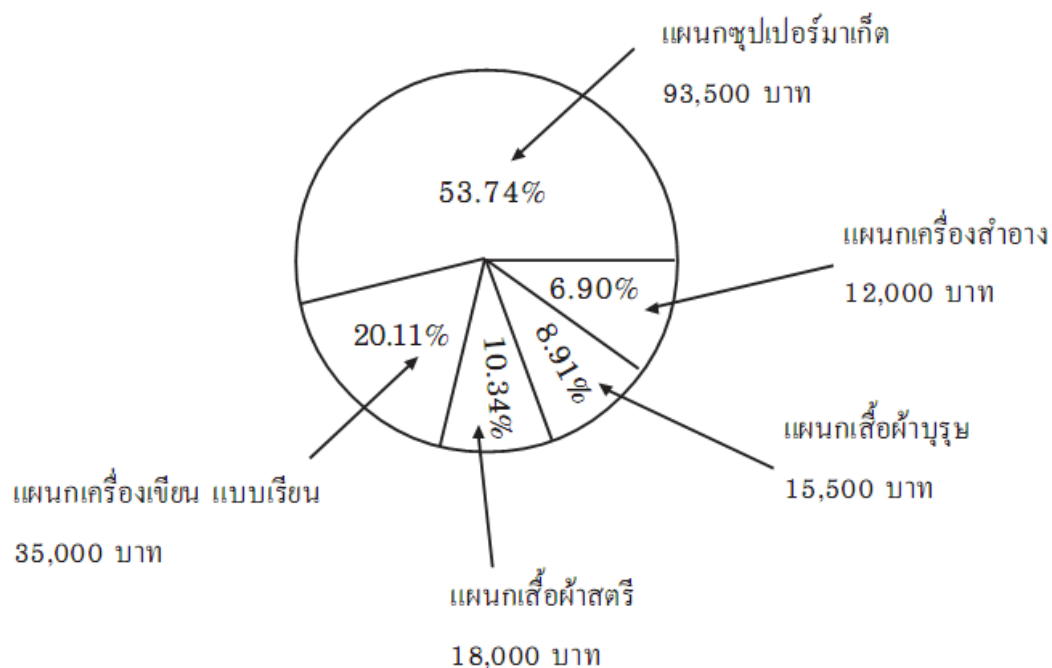
$$3. \text{จุดกึ่งกลางชั้น} = \frac{\text{ขอบล่าง} + \text{ขอบบน (ของอันดับชั้น)}}{2}$$

เช่น อันดับชั้น 50 – 56 มีขอบบน และขอบล่าง ได้แก่ 49.5 และ 56.5 ตามลำดับ

$$\text{ดังนั้น จุดกึ่งกลางชั้น} = \frac{49.5 + 56.5}{2} = 53$$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. แผนภูมิรูปวงกลมแสดงรายได้ของห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งโดยเฉลี่ยต่อวัน จำแนกตามแผนกต่างๆ



จากแผนภูมิจงตอบคำถามต่อไปนี้

1) รายได้จากแผนกเสื้อผ้าบุรุษ และแผนกเสื้อผ้าสตรีรวมกันมากกว่าหรือน้อยกว่ารายได้จากแผนกเครื่องเขียน แบบเรียนอยู่ที่เปอร์เซ็นต์

.....

2) รายได้จากแผนกใดน้อยที่สุด และคิดเป็นร้อยละเท่าไรของรายได้จากแผนกที่รายได้มากที่สุด

.....

3) รายได้จากแผนกเสื้อผ้าสตรีคิดเป็นร้อยละเท่าไรของรายได้จากแผนกเครื่องเขียน แบบเรียน

.....

4) แผนกใดที่มีรายได้มากเป็นอันดับสอง และรายได้นั้นคิดเป็นร้อยละเท่าไรของรายได้ทั้งหมด

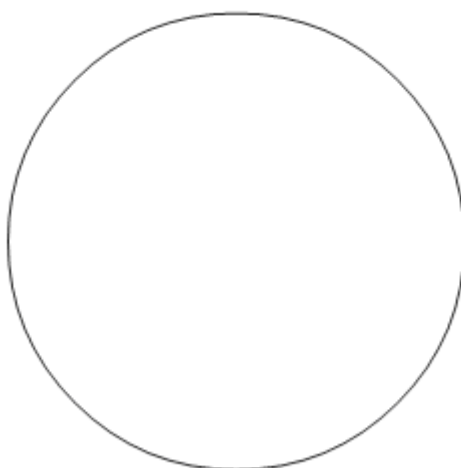
.....

2. จากการสอบถามงบประมาณของแต่ละกลุ่มสาระการเรียนรู้ได้มาจากการจัดสรรงบประมาณของทางโรงเรียน เป็นดังนี้

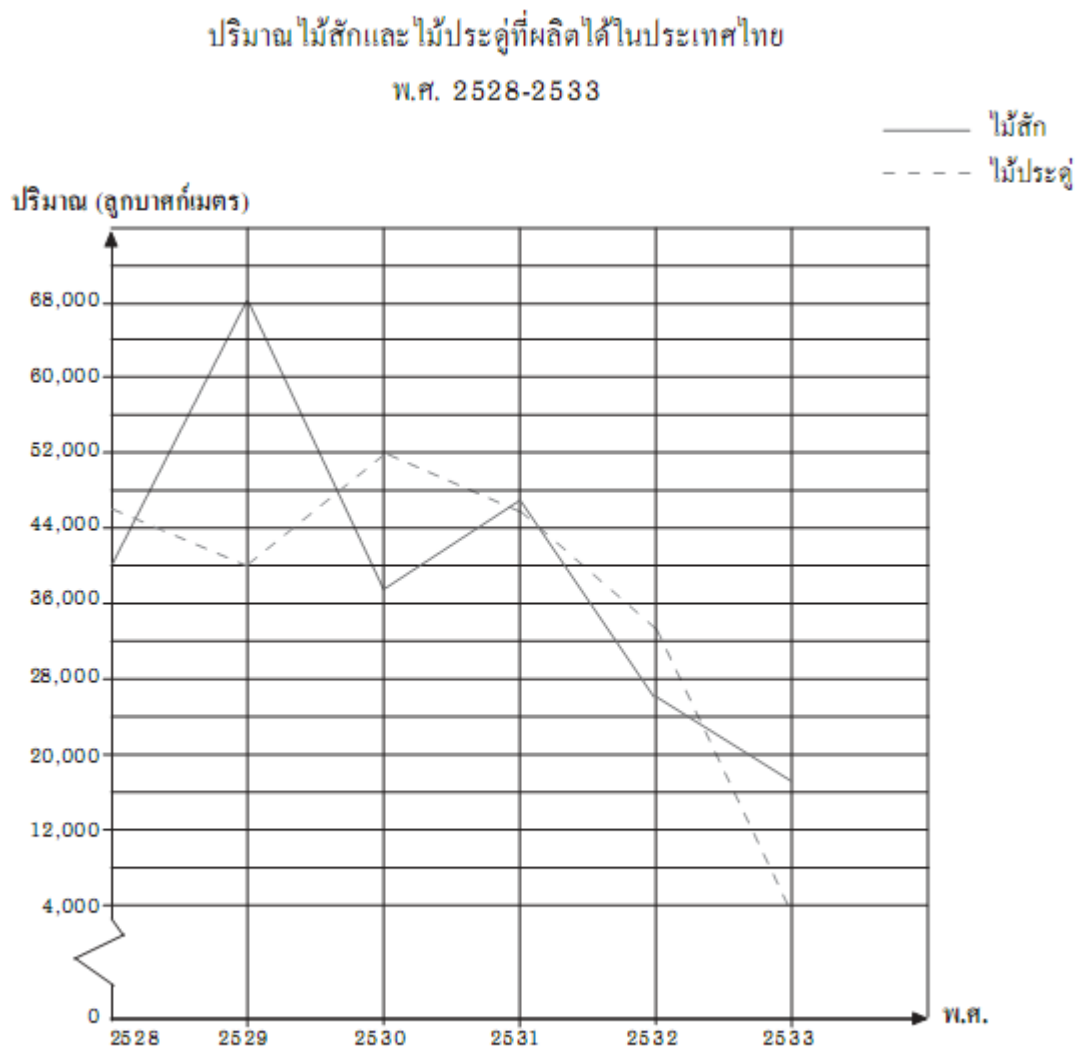
กลุ่มสาระการเรียนรู้	งบประมาณ (บาท)	จำนวนเปอร์เซ็นต์	ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง ของรูปวงกลม (องศา)
คณิตศาสตร์	35,000	$\frac{35000}{340000} \times 100 = 10.29$	$\frac{35000}{340000} \times 360^\circ = 37.06$
วิทยาศาสตร์	100,000		
ภาษาต่างประเทศ	48,000		
ภาษาไทย	34,500		
ศิลปะ	18,500		
การงานอาชีพและเทคโนโลยี	40,500		
สุขศึกษาและพลศึกษา	29,500		
สังคมศึกษา ศาสนา และ วัฒนธรรม	34,000		
รวม	340,000		

3. จงเขียนแผนภูมิรูปวงกลมโดยใช้จำนวนเปอร์เซ็นต์และขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของรูปวงกลมที่คำนวณได้จากตารางข้างต้น

แผนภูมิรูปวงกลมแสดงงบประมาณของกลุ่มสาระต่าง ๆ



4. ให้ผู้เรียนพิจารณากราฟเส้นต่อไปนี้



ที่มา : สมุดสถิติรายปีประเทศไทย 2532 และ 2534 (ฉบับย่อ)

จากกราฟเส้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ใน พ.ศ. ไດบ้างที่ปริมาณไม้สักที่ผลิตได้มีมากกว่าไม้ประดู่

.....

2) ในพ.ศ. ไດที่ปริมาณของไม้สักและไม้ประดู่ที่ผลิตได้ต่างกันมากที่สุด และต่างกันประมาณกี่ลูกบาศก์เมตร

.....

.....

3) ในช่วง พ.ศ. 2531 – 2533 ปริมาณไม้สักและไม้ประดู่ที่ผลิตได้มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงเป็นอย่างไร และชนิดใดมีการเปลี่ยนแปลงมากกว่า

.....

.....

4) ใน พ.ศ. 2532 ปริมาณไม้สักที่ผลิตได้คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของปริมาณไม้ประดู่ที่ผลิตได้ในปีเดียวกัน (ตอบเป็นค่าประมาณของจำนวนเต็มหน่วย)

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

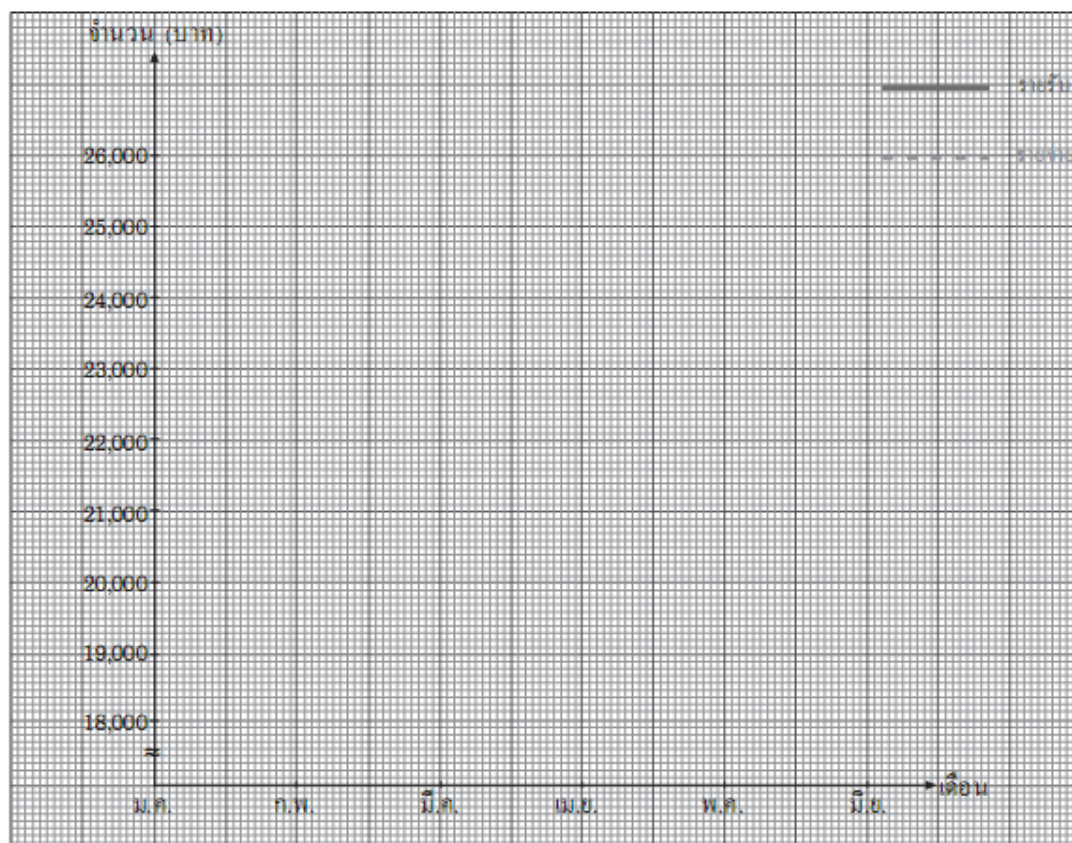
5) ปริมาณไม้ประดู่ในปีที่ผลิตได้มากที่สุดและในปีที่ผลิตได้น้อยที่สุดแตกต่างกันประมาณกี่ลูกบาศก์เมตร

[illegible]

4. ตารางแสดงรายรับ – รายจ่ายของนาย ก ในรอบ 6 เดือนแรกของปี พ.ศ. 2546 เป็นดังนี้

เดือน	มกราคม	กุมภาพันธ์	มีนาคม	เมษายน	พฤษภาคม	มิถุนายน
รายรับ (บาท)	23,000	26,000	24,500	23,800	22,500	25,600
รายจ่าย (บาท)	18,500	23,000	21,400	19,800	26,500	20,700

จากตารางจงนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น



เรื่องที่ 3 การหาค่ากลางของข้อมูล

การหาค่ากลางของข้อมูลที่เป็นตัวแทนของข้อมูลทั้งหมดเพื่อความสะดวกในการสรุปเรื่องราวเกี่ยวกับข้อมูลนั้นๆ จะช่วยทำให้เกิดการวิเคราะห์ข้อมูลถูกต้องดีขึ้น การหาค่ากลางของข้อมูลมีวิธีหาหลายวิธี แต่ละวิธีมีข้อดีและข้อเสีย และมีความเหมาะสมในการนำไปใช้ไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับลักษณะข้อมูลและวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ข้อมูลนั้นๆ

ค่ากลางของข้อมูลที่สำคัญ มี 3 ชนิด คือ

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean) คือ ค่าที่ได้จากผลรวมของข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด ใช้สัญลักษณ์ คือ $\bar{X}$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{N}$$

X แทน ข้อมูล

N แทน จำนวนข้อมูล

ตัวอย่าง จากการสอบถามอายุของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นดังนี้ 14 , 16 , 20 , 25 , 30

วิธีทำ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ คือ

$$\begin{aligned} & \frac{14 + 16 + 20 + 25 + 30}{5} \\ &= \frac{105}{5} \\ &= 21 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง จากข้อมูล 4, 8, 4, 5, 8, 5, 6, 8

วิธีทำ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ คือ

$$\begin{aligned} & \frac{4 + 8 + 4 + 5 + 8 + 5 + 6 + 8}{8} \\ &= \frac{48}{8} \\ &= 6 \end{aligned}$$

2. มัธยฐาน (Median)

คือ ค่าที่มีตำแหน่งอยู่กึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมด เมื่อได้เรียงข้อมูลตามลำดับ ไม่ว่าจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย ใช้สัญลักษณ์ Med

หลักการคิด

1) เรียงข้อมูลที่มีอยู่ทั้งหมดจากน้อยไปมาก หรือมากไปน้อยก็ได้

2) ตำแหน่งมัธยฐาน คือ ตำแหน่งกึ่งกลางข้อมูล ดังนั้นตำแหน่งของมัธยฐาน $= \frac{N+1}{2}$

เมื่อ N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

ตัวอย่าง จงหามัธยฐานจากข้อมูลต่อไปนี้ 3, 10, 4, 15, 1, 24, 28, 8, 30, 40, 23

วิธีทำ 1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก หรือมากไปหาน้อย

จะได้ 1, 3, 4, 8, 10, 15, 23, 24, 28, 30, 40

2. หาดำแหน่งของข้อมูล จาก $\frac{N+1}{2}$

จะได้ $\frac{11+1}{2} = 6$

ดังนั้น มัธยฐานอยู่ตำแหน่งที่ 6 มีค่าเป็น 15

ถ้าข้อมูลชุดนั้นเป็นจำนวนคู่ จะใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลคู่ที่อยู่ตรงกลางเป็นมัธยฐาน

ตัวอย่าง จงหามัธยฐานจากข้อมูลต่อไปนี้ 25, 3, 2, 10, 14, 6, 19, 22, 30, 8, 45, 36, 50, 17

วิธีทำ 1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก หรือมากไปหาน้อย

จะได้ 2, 3, 6, 8, 10, 14, 17, 19, 22, 25, 30, 36, 45, 50

2. หาดำแหน่งของข้อมูล จาก $\frac{N+1}{2}$

จะได้ $\frac{14+1}{2} = 7.5$

มัธยฐานอยู่ระหว่างตำแหน่งที่ 7 และ 8

ดังนั้น มัธยฐาน คือ $\frac{17+19}{2} = 18$

3. ฐานนิยม (Mode)

ฐานนิยมของข้อมูลชุดหนึ่ง คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดในข้อมูลชุดนั้น หรืออาจกล่าวว่า ข้อมูลใดการซ้ำกันมากที่สุด(ความถี่สูงสุด) ข้อมูลนั้นเป็นฐานนิยมของข้อมูลชุดนั้น และ ฐานอาจจะไม่มี หรือ มีมากกว่า 1 ค่าก็ได้

ตัวอย่าง จากข้อมูล 2, 3, 4, 3, 4, 5, 6, 8, 6, 4, 6, 7 จงหาฐานนิยม

วิธีทำ	จากข้อมูลจะเห็นว่า		
	มี	2	อยู่หนึ่งตัว
	มี	3	อยู่สองตัว
	มี	4	อยู่สามตัว
	มี	5	อยู่หนึ่งตัว
	มี	6	อยู่สามตัว
	มี	7	อยู่หนึ่งตัว
	มี	8	อยู่หนึ่งตัว

ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดในนี้มี 2 ตัวคือ 4 และ 6 ซึ่งต่างก็มีความถี่เป็น 3 ดังนั้น ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 4 และ 6

แบบฝึกหัดที่ 3

1. จากข้อมูล 2, 6, 1, 5, 13, 6, 16 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ฐานนิยม และมัธยฐาน

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = \

มัธยฐาน =

ฐานนิยม =

เรียงข้อมูลจากมากไปหาน้อยหรือน้อยไปหามาก

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต =

มัธยฐาน คือ =

ฐานนิยม คือ =

2. จากข้อมูล 24, 16, 18, 36, 7, 28, 6, 36, 12 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ฐานนิยม และมัธยฐาน

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = \

มัธยฐาน =

ฐานนิยม =

เรียงข้อมูลจากมากไปหาน้อยหรือน้อยไปหามาก

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต =

มัธยฐาน คือ =

ฐานนิยม คือ =

3. จากข้อมูล 10.1, 13.8, 15.6, 4.5, 18.6, 8.4 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ฐานนิยม และมัธยฐาน

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = \

มัธยฐาน =

ฐานนิยม =

เรียงข้อมูลจากมากไปหาน้อยหรือน้อยไปหามาก

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต =

มัธยฐาน คือ =

ฐานนิยม คือ =

เรื่องที่ 4 การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูล

ในการที่จะเลือกใช้ค่ากลางค่าใดนั้น ขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของผู้ใช้ ซึ่งค่ากลางทั้งสามมีสมบัติที่แตกต่างกันดังนี้

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ข้อเสีย

1. ถ้าข้อมูลมีบางค่าต่ำเกินไปหรือสูงเกินไป จะมีผลต่อค่าเฉลี่ยเลขคณิต จึงไม่เหมาะสมที่จะใช้ เช่น รายได้ของพนักงาน 5 คน เป็นดังนี้ 7,000 บาท 9,000 บาท 13,500 บาท 18,000 บาท 80,000 บาท
2. ถ้าข้อมูลแจกแจงความถี่ชนิดปลายเปิด เช่น น้อยกว่าหรือเท่ากับ มากกว่าหรือเท่ากับ จะคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่ได้
3. ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น

ข้อดี

1. มีประโยชน์ในการใช้ข้อมูลจากตัวอย่างอ้างอิงไปสู่ประชากร
2. สามารถคำนวณได้ง่ายโดยใช้ค่าที่ได้มาทุกจำนวน
3. มีการนำไปใช้ในสถิติขั้นสูงมากกว่าค่าเฉลี่ยแบบอื่น ๆ
4. สามารถเปรียบเทียบกับข้อมูลชุดอื่นได้ง่าย

ฐานนิยม

ข้อเสีย

1. บางครั้งหาฐานนิยมไม่ได้
2. การคำนวณฐานนิยมไม่ได้ใช้ค่าของข้อมูลทุกตัว จึงไม่เป็นตัวแทนที่ดีนัก
3. ค่าฐานนิยมไม่ค่อยนิยมใช้ในสถิติขั้นสูง

ข้อดี

1. เข้าใจง่ายและคำนวณง่าย
2. สามารถคำนวณจากกราฟได้
3. เป็นค่ากลางที่ใช้ได้กับข้อมูลเชิงคุณภาพ
4. เมื่อมีข้อมูลบางตัวเล็กหรือใหญ่ผิดปกติจะไม่กระทบฐานนิยม
5. ใช้ได้ดีเมื่อจุดประสงค์มุ่งที่จะศึกษาสิ่งที่เกิดขึ้นบ่อย หรือลักษณะที่คนชอบมากหรือมีคะแนนส่วนใหญ่รวมกันอยู่ ณ ค่าใดค่าหนึ่ง

6. กรณีที่ข้อมูลแจกแจงความถี่ชนิดปลายเปิดสามารถหาฐานนิยมได้

มัธยฐาน

ข้อเสีย

1. ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น
2. สำหรับข้อมูลที่แจกแจงความถี่หรือข้อมูลที่จัดกลุ่มมัธยฐานที่คำนวณได้จะไม่ใช้ค่า

ข้อมูลจริง

ข้อดี

1. คำนวณได้ง่ายสำหรับข้อมูลไม่จัดกลุ่ม
2. ข้อมูลบางค่ามีค่าสูงหรือต่ำเกินไป ไม่กระทบกระเทือนต่อมัธยฐาน จึงเหมาะที่จะใช้มัธย

ฐานมากที่สุด

3. กรณีที่ข้อมูลแจกแจงความถี่ชนิดปลายเปิดก็สามารถหามัธยฐานได้

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จากตารางให้นักเรียนหาความถี่สะสม โดยเติมลงในช่องความถี่สะสม

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวน (คน)	ความถี่สะสม
42	4	
43	7	
44	10	
45	15	
46	6	
47	8	
รวม	50	

2. จากตารางในข้อ 1

ฐานนิยม คือ

มัธยม คือ

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ให้นักเรียนเติมค่าต่างๆ ลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวน (คน)	น้ำหนัก $\times$ จำนวนคน
42	4	
43	7	
44	10	
45	15	
46	6	
47	8	
รวม	50	

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต =

=

ดังนั้นค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ

3. ต่อไปนี้เป็นตารางแจกแจงความถี่ของน้ำหนัก (หน่วยเป็นกิโลกรัม) ของนักเรียน 60 คน

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	ความถี่
20-24	1
25-29	2
30-34	9
35-39	11
40-44	13
45-49	8
50-54	7
55-59	6
60-64	3
รวม	60

จากตาราง

1) หาความถี่สะสมทุกอันตรภาคชั้น

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	ความถี่	ความถี่สะสม
20-24	1	
25-29	2	
30-34	9	
35-39	11	
40-44	13	
45-49	8	
50-54	7	
55-59	6	
60-64	3	
รวม	60	

2) ฐานนิยมของน้ำหนักอยู่ในช่วงใด

.....

3) โดยส่วนใหญ่นักเรียนหนักอยู่ในช่วงใด

.....

4) ถ้าเรียงน้ำหนักน้อยที่สุดไปยังน้ำหนักมากที่สุด จงหาตำแหน่งของมัธยฐาน

.....

5) นักเรียนคิดว่ามัธยฐานของน้ำหนักอยู่ในช่วงใด

.....

6) หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ให้นักเรียนเติมค่าต่างๆ ลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จุดกึ่งกลางชั้น	ความถี่	จุดกึ่งกลางชั้น × ความถี่
20-24		1	
25-29		2	
30-34		9	
35-39		11	
40-44		13	
45-49		8	
50-54		7	
55-59		6	
60-64		3	
รวม		60	

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต =

=

ดังนั้นค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ

เรื่องที่ 5 การใช้สถิติ ข้อมูลสารสนเทศ

5.1 สถิติในชีวิตประจำวัน

ในชีวิตประจำวันของคนเรานั้น สถิติมีส่วนเกี่ยวข้องอยู่เสมอ เช่น

ในเรื่องเกี่ยวกับตัวนักเรียน อาจจะมีการหาความสูงโดยเฉลี่ย หรือหาน้ำหนักโดยเฉลี่ย หรือหาคะแนนเฉลี่ย หรือหาส่วนสัดโดยเฉลี่ยของนักเรียนทั้งห้องเรียน เป็นต้น

ในเรื่องเกี่ยวกับครู-อาจารย์ ก็มีสถิติเกี่ยวกับจำนวนครู-อาจารย์ ระดับผลการเรียนของนักเรียน จำนวนนักเรียนที่ติด 0, ร. มส. จำนวนนักเรียนที่สอบเข้ามหาวิทยาลัยได้ในแต่ละรุ่น แต่ละปีและสถิติการทำงานในสถานที่ต่างๆ ของนักเรียนที่จบการศึกษาในแต่ละรุ่น เป็นต้น

ในเรื่องของข่าวสาร สารสนเทศ จะเห็นว่าในหนังสือพิมพ์ หรือในโทรทัศน์จะมีตัวเลขแสดงให้เห็นข้อเท็จจริงต่างๆ เช่น สถิติเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงราคาหุ้น อาจนำเสนอในรูปแบบต่างๆ เช่น นำเสนอในรูปตาราง นำเสนอในรูปแผนภูมิแท่ง นำเสนอในรูปแผนภูมิวงกลม หรือนำเสนอในรูปกราฟเส้น เป็นต้น

ในเรื่องของแรงงาน ก็มีสถิติเกี่ยวกับจำนวนคนในกำลังแรงงาน เปอร์เซ็นต์ของคนว่างงาน รายได้และสวัสดิการที่คนงานได้รับ เป็นต้น

ในเรื่องเกี่ยวกับการกสิกรรม จะเห็นว่าเกษตรกรต้องมีการพัฒนาอยู่เรื่อยๆ เช่น การศึกษาผลผลิตข้าวพันธุ์ใหม่เทียบกับพันธุ์เดิม หรือการทดลองปลูกอ้อยในที่ดินลักษณะต่างๆ การปลูกมันสำปะหลังแบบใดจึงจะเหมาะสมกับสภาพดินของตนเอง หรือการปลูกหม่อนเลี้ยงไหมพันธุ์ไหนดีกว่ากัน จึงจะได้ไหมหม่อนที่มีคุณภาพทั้งยังเป็นการประหยัดเวลาและแรงงาน ซึ่งสถิติมีส่วนในการวางแผนการ ทดลองและการวิเคราะห์ข้อมูล

ในเรื่องของการประกันชีวิต บริษัทประกันก็ต้องมีสถิติของพนักงานหรือตัวแทน หรือ

ผู้จัดการแต่ละฝ่าย หรือตำแหน่งที่สูงกว่า หรือสถิติยอดขายในแต่ละเดือน หรือการปรับอัตราค่าจ้างรายปีประจำปีที่มีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลง อาจจะแยกตามเพศ ตามอายุ ตามวงเงิน การกำหนดอัตราเบี้ยประกัน จะต้องอาศัยข้อมูลที่ผ่านมา สถิติมีส่วนในการคำนวณเบี้ยประกันตามวิธีของการประกันภัย พร้อมทั้งมีการเสนอในรูปแบบต่างๆ โดยเฉพาะแบบตาราง เป็นต้น

ในเรื่องเกี่ยวกับธุรกิจการค้า บริษัทห้างร้านหรือสรรพสินค้าต่างๆ ก็มีสถิติเกี่ยวกับยอดขายสินค้าในแผนกต่างๆ สถิติแสดงปริมาณสินค้าที่ขายประเภทต่างๆ สถิติยอดขายของพนักงานแต่ละคน นอกจากนี้สถิติยังไปเกี่ยวข้องกับการรับประกันอายุใช้งานของสินค้า สถิติช่วยในการกำหนดวิธีเก็บรวบรวมข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล นอกจากนี้สถิติก็ยังมีส่วนเกี่ยวข้องกับการควบคุมคุณภาพสินค้าที่ผลิตด้วย

ในวงการแพทย์ก็มีสถิติเกี่ยวกับจำนวนแพทย์ พยาบาล จำนวนผู้ป่วย จำนวนโรคต่างๆ สถิติการผลิตและจำนวนยาประเภทต่างๆ จำนวนคนตายจำแนกตามสาเหตุของการตาย จำนวนผู้บริจาคเลือดในแต่ละปี เป็นต้น นอกจากนี้สถิติยังไม่เกี่ยวข้องในการออกแบบ และการวางแผนการตลาด การเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาข้อสรุป เกี่ยวกับการทดสอบประสิทธิภาพของยารักษาโรคชนิดต่างๆ อีกด้วย

ในเรื่องของการบริหารงานขององค์กรต่างๆ อาทิ องค์กรของรัฐ เช่น ระดับอำเภอก็มีสถิติเกี่ยวกับประชากร ในแต่ละหมู่บ้าน ในแต่ละตำบล สถิติเกี่ยวกับอาชีพต่าง ๆ ผลผลิตแต่ละปี การศึกษาของคนในแต่ละชุมชนเป็นอย่างไร จะจัดสรรงบประมาณไปให้แต่ละแห่งมากน้อยเพียงใด สถิติมีส่วนเกี่ยวข้องมาก

นอกจากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สถิติยังไปเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันอีกหลายอย่าง เช่น การสำรวจความคิดเห็นหรือโพล การร่วมแสดงความคิดเห็นโดยการส่ง sms ซึ่งคิดออกมาในรูปร้อยละ เห็นด้วยไม่เห็นด้วย นำเสนอผ่านหน้าจอโทรทัศน์เป็นประจำ สถิติเกี่ยวกับน้ำท่วม ไร่นาเสียหายไปกี่ไร่ จะมีมาตรการอย่างไรที่จะแก้ไข ในปีต่อไปซึ่งต้องมีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากปีที่ผ่านมา หรือสถิติคนใช้บริการรถโดยสารในช่วงเทศกาลต่างๆ สถิติการเกิดอุบัติเหตุบนท้องถนน ซึ่งข้อมูลเหล่านี้ล้วนแต่เกี่ยวข้องกับสถิติทั้งสิ้น

แบบฝึกหัด

ให้นักศึกษาอภิปรายหาข้อมูลสารสนเทศที่เคยมีประสบการณ์ มา 4 – 5 ชนิด

5.2 การใช้ข้อมูลสารสนเทศ

การเลือกใช้ข้อมูลในการตัดสินใจ เป็นสิ่งที่มีประโยชน์มาก เพราะในการดำรงชีวิตของคนเรามักเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ต่างๆ มากมาย จึงจำเป็นต้องอาศัยการตัดสินใจอย่างมีระบบระเบียบ มีหลักมีเกณฑ์ และมีเหตุผล โดยนำปัจจัยต่างๆ มาพิจารณาก่อนที่จะตัดสินใจ เพื่อให้ได้ทางเลือกที่ดีที่สุด ซึ่งต้องอาศัยทั้งความรู้ ประสบการณ์ ข้อมูล ข่าวสารต่างๆ เป็นส่วนประกอบ เพื่อไม่ให้เกิดความผิดพลาดหรือโอกาสที่จะผิดพลาดมีน้อยที่สุด เช่น

การเลือกสิ่งต่าง ๆ

การเลือกซื้อสินค้าอย่างหนึ่ง

การตัดสินใจ

1. คุณภาพดี
2. ราคาไม่แพงเกินไป
3. มีคนนิยมมาก
4. จำเป็นต้องใช้
5. ชอบเป็นชีวิตจิตใจ

การเลือกธนาคารเพื่อการออม

1. ธนาคารของรัฐบาล
2. ธนาคารใกล้บ้าน
3. ธนาคารใกล้ที่ทำงาน
4. ให้ผลประโยชน์มาก
5. การไปมาสะดวก
6. ธนาคารที่มีความมั่นคงไม่
สั่นคลอน หรือ ไม่มีข่าวออกมา

การลงทุนในกิจการอย่างใดอย่างหนึ่ง	ในทางไม่สู้ดีอยู่เสมอๆ 1. เงินลงทุน 2. ผลผลิตที่ได้ 3. ค่ำค่าแรงงานหรือไม่ 4. เป็นที่นิยมหรือเปล่า
การเลือกชมรายการโทรทัศน์ช่องต่างๆ	1. รายการโปรด 2. เนื้อหาสาระดี 3. ให้ความบันเทิง 4. การนำเสนอทันสมัย 5. มีประโยชน์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ 6. เพื่อการลงทุน เช่น หุ้น
การเดินทาง	
รายงานข่าวบอกว่ามีรถติดที่ถนนใดบ้าง	1. อาจหลีกเลี่ยงเส้นทางดังกล่าว 2. รอจนกว่าจะเดินรถสะดวกก่อน
เทศกาลต่างๆ รถจะแน่น เมื่อเดินทางไปต่างจังหวัด	1. อาจไม่กลับในช่วงเทศกาล 2. อาจเลือกกลับหลังเทศกาล 1 – 2 วัน
	เป็นต้น

นอกจากนี้การตัดสินใจยังมีความสำคัญในการประกอบธุรกิจต่างๆ ทั้งธุรกิจขนาดเล็กและธุรกิจขนาดใหญ่ นักธุรกิจอาจพบปัญหาในด้านต่างๆ มากมายที่จะต้องตัดสินใจอยู่เสมอ เช่น ปัญหาด้านการตลาด ปัญหาด้านการขยายการลงทุน ปัญหาแรงงาน ปัญหาในการกำหนดราคา ปัญหาพนักงาน ค่าครองชีพ ปัญหาทางการเงิน ซึ่งนักธุรกิจจะใช้ประสบการณ์หรือคำสั่งสอนอบรมจากพ่อแม่ บรรพบุรุษมาแก้ปัญหาอย่างเดียวไม่ได้ อาจเกิดความผิดพลาดได้ ดังนั้นนักธุรกิจควรใช้ข้อมูลและวิธีการทางสถิติมาช่วยในการตัดสินใจ

สำหรับในระดับนี้การเลือกใช้ข้อมูลในการตัดสินใจอาจจะเกี่ยวกับค่ากลางที่กล่าวมาแล้วด้วย เช่น ถ้าต้องการกะประมาณรายได้ของประชากรทั้งประเทศ ควรใช้ค่ากลาง คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต หรือประมาณจำนวนพลเมืองที่ชอบดูทีวีสีช่อง 7 ควรเลือกใช้ค่ากลางฐานนิยม หรือถ้าข้อมูลมีค่าต่ำและค่าสูงแตกต่างกันมากควรตัดสินใจเลือกใช้ค่ากลางมัธยฐาน เป็นต้น

ในเรื่องนี้ผู้เรียนจะได้เรียนละเอียดในชั้นสูงต่อไป

บทที่ 10

ความน่าจะเป็น

สาระสำคัญ

1. การนับจำนวนผลลัพธ์ที่เกิดจากการทดลองใด ๆ
2. ความน่าจะเป็น แสดงให้ทราบว่า เหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด อันจะมีประโยชน์ต่อการตัดสินใจในการดำเนินงานนั้น ๆ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มที่ผลแต่ละตัวมีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน
2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
3. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจ

ขอบข่ายเนื้อหา

- | | |
|-------------|---|
| เรื่องที่ 1 | การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ |
| เรื่องที่ 2 | ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ |
| เรื่องที่ 3 | การนำความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่างๆ ไปใช้ |

เรื่องที่ 1 การทดลองสุ่ม และเหตุการณ์

1.1 การทดลองสุ่ม

คือการกระทำที่เราทราบผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้ แต่เราไม่ทราบว่าผลลัพธ์ใดจะเกิดขึ้น เช่น

1. โยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง ผลที่เกิดขึ้นได้มีสองอย่าง คือ “ออกหัว” หรือ “ออกก้อย” จะได้ว่าผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นคือ หัวและก้อย

2. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ผลที่เกิดขึ้น คือ การขึ้นแต้มของหน้าใดหน้าหนึ่งของลูกเต๋า ซึ่งมีทั้งหมด 6 หน้า ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6



ตัวอย่าง จงเขียนผลที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดในการโยนเหรียญสิบบาท 1 อัน และเหรียญห้าบาท 1 อัน พร้อมกัน

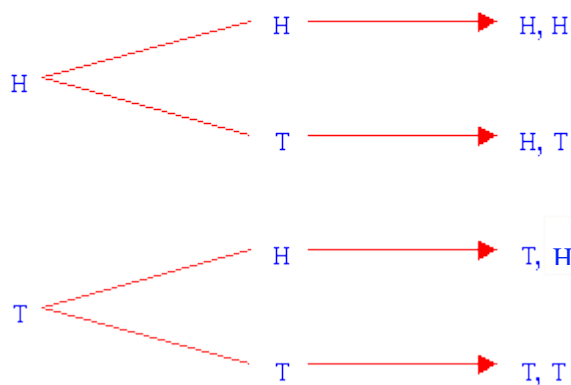
วิธีทำ ในการโยนเหรียญ 1 อัน ผลที่อาจเกิดขึ้นคือ หัวและก้อย

ถ้าให้ H แทนหัว

ให้ T แทนก้อย

ในการหาผลที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมด จากการโยนเหรียญสิบบาท และโยนเหรียญห้าบาท อย่างละ 1 อัน อาจใช้แผนภาพช่วยได้ดังนี้

ผลที่อาจเกิดจาก ผลที่อาจเกิดจาก ผลที่อาจเกิดจากการ
การโยนเหรียญบาท การโยนเหรียญ โยนทั้งสองเหรียญ
 หัวสิบบาท



จากแผนภาพจะเห็นว่า ถ้าเหรียญสิบบาทออกหัว เหรียญห้าบาทจะออกหัวหรือออกก้อยก็ได้ จึงได้ผลที่อาจเกิดจากการโยนทั้งสองเหรียญเป็น H,H กับ H,T

ในทำนองเดียวกัน ถ้าเหรียญสิบบาทออกก้อย เหรียญห้าบาทอาจจะออกหัวหรือออกก้อยก็ได้ จึงได้ผลที่อาจเกิดจากการโยนเหรียญทั้งสองเป็น T,H กับ T,T

ฉะนั้น ถ้าเราใช้คู่อันดับเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้ โดยให้สมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับแทนผลที่อาจเกิดขึ้นจากเหรียญสิบบาท สมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับแทนผลที่อาจเกิดขึ้นจากเหรียญห้าบาท จะได้

ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น คือ (H,H), (H,T), (T,H), (T,T)

เราอาจเขียนแสดงผลในรูปตารางได้ดังนี้

ผลที่อาจเกิดจากการโยนเหรียญสิบบาท	ผลที่อาจเกิดจากการโยนเหรียญห้าบาท	ผลที่อาจเกิดจากการโยนทั้งสองเหรียญ
H	H	(H, H)
H	T	(H, T)
T	H	(T, H)
T	T	(T, T)

แบบฝึกหัดที่ 1

1. ให้ผู้เรียนพิจารณาการทดลองสุ่มต่อไปนี้ว่าผลจากการทดลองสุ่มอาจเป็นอย่างไรบ้าง

1). โยนเหรียญสิบบาท 1 อัน

.....

2). โยนเหรียญสิบบาทสองอันพร้อมกัน

.....

3). หยิบลูกปิงปอง 2 ลูกพร้อมๆกัน จากกล่องที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 3 ลูก สีแดง 1 ลูก

.....

2. จงเขียนผลที่อาจจะเกิดขึ้นได้ทั้งหมดจากการหมุนแป้นวงกลมที่มีหมายเลข 1 และ 2 แล้วมาโยนเหรียญบาท 1 อัน

.....

.....

.....

3. จงเขียนผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้จากการหยิบสลาก 1 ใบ จากสลากที่เขียนหมายเลขตั้งแต่ 10 ถึง 20 ไปได้

.....

.....

.....

1.2 เหตุการณ์

ในการทดลองสุ่มโยนเหรียญบาท 1 เหรียญและเหรียญห้าสิบล้างต่าง 1 เหรียญ นักเรียนทราบแล้วว่าผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้คือ (H, H), (H, T), (T, H) และ (T, T) ถ้าเราสนใจผลที่จะเกิดก้อยอย่างน้อย 1 เหรียญ จะได้ว่า ผลที่จะเกิดก้อยอย่างน้อย 1 เหรียญ คือ (H, T), (T, H) และ (T, T) เราเรียกผลที่เราสนใจจากการทดลองสุ่มว่า เหตุการณ์

พิจารณาการหลับาหยิบลูกบอล 1 ลูกจากถุงซึ่งมีลูกบอลสีเขียว 4 ลูก คือ ข1, ข2, ข3 และ ข4 ดังนี้



จากการทดลองสุ่มครั้งนี้จะเห็นได้ว่าจะหยิบลูกบอลครั้งใดก็ได้จะได้ลูกบอลสีเขียวเสมอ ซึ่งผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้คือ ข1, ข2, ข3 และ ข4

และถ้าสนใจเหตุการณ์ "หยิบได้ลูกบอลสีเขียว" จะได้ว่าเหตุการณ์คือ ข1, ข2, ข3 และ ข4

จะเห็นว่า ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้ และเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบอลสีเขียวเป็นผลชุดเดียวกัน เราเรียกเหตุการณ์ "หยิบได้ลูกบอลสีเขียว" จากการทดลองสุ่มครั้งนี้ว่า "เหตุการณ์ที่แน่นอน"

และจากการทดลองสุ่มครั้งนี้จะเห็นว่าเราไม่อาจที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงได้เลย เราเรียกเหตุการณ์ "หยิบได้ลูกบอลสีแดง" จากการทดลองสุ่มครั้งนี้ว่า "เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้"

ตัวอย่างเหตุการณ์

ตัวอย่างที่ 1 หลับตาหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องที่มีลูกบอลสีแดง 1 ลูก สีขาว 1 ลูก และสีน้ำเงิน 1 ลูก

จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

- (1) หยิบได้ลูกบอลสีแดง
- (2) หยิบได้ลูกบอลที่ไม่ใช่สีแดง

วิธีทำ ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทดลองสุ่มคือ แดง ขาว และน้ำเงิน
ดังนั้น จำนวนทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้เป็น 3

- (1) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดง คือ แดง
จำนวนผลที่เกิดในเหตุการณ์นี้เป็น 1

ฉะนั้นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หยิบได้ลูกบอลสีแดงเป็น $\frac{1}{3}$

- (2) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบอลที่ไม่ใช่สีแดง คือ
หยิบได้ ขาว และ น้ำเงิน
จำนวนผลที่เกิดขึ้นในเหตุการณ์เป็น 2

ฉะนั้นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หยิบได้ลูกบอลที่ไม่ใช่สีแดงเป็น $\frac{2}{3}$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงเขียน

- 1) ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น

.....

- 2) เหตุการณ์ที่ได้แต้มไม่เกิน 5

.....

- 3) เหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว

.....

2. ทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง จงเขียน

1) ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น

.....

2) ผลรวมของแต้มเป็น 8

.....

3) ผลรวมของแต้มมากกว่า 9

.....

4) ผลรวมของแตมน้อยกว่า 4

.....

5) ผลรวมของแต้มหารด้วย 2 ลงตัว

.....

6) ผลรวมของแตมน้อยกว่า 2

.....

3. จากการสอบถามถึงปกรายงานที่ผู้เรียนชอบ 2 สี ในจำนวน 5 สี คือ สีขาว สีฟ้า สีชมพู สีเขียว และสีเหลือง จงเขียน

1) ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น

.....

2) เหตุการณ์ที่นิดยาจะชอบสีฟ้าหรือสีชมพู

.....

เรื่องที่ 2 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

พิจารณาการทดลองสุ่มและเหตุการณ์ที่สนใจ

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6 ซึ่งมีทั้งหมด 6 จำนวน

1). ถ้าเหตุการณ์ที่สนใจ คือ แด้มหงายบนหน้าลูกเต๋าคือเป็นจำนวนคู่ ซึ่งได้แก่ 2, 4, 6 จะเห็นได้ว่ามี 3 จำนวน นั่นคือ จำนวนผลที่จะเกิดในเหตุการณ์ เป็น 3

เรากล่าวว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่แต้มหงายบนหน้าลูกเต๋าคือเป็นจำนวนคู่ คือ $\frac{3}{6}$
หรือ $\frac{1}{2}$

2). ถ้าเหตุการณ์ที่สนใจ คือ แด้มที่หงายบนหน้าลูกเต๋าคือ เป็นจำนวนที่น้อยกว่า 3 ซึ่งได้แก่ 1, 2 จะเห็นว่ามีทั้งหมด 2 จำนวน นั่นคือ จำนวนผลที่จะเกิดในเหตุการณ์เป็น 2

เรากล่าวว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่แต้มหงายบนหน้าลูกเต๋าคือเป็นจำนวนคู่ คือ $\frac{2}{6}$
หรือ $\frac{1}{3}$

จากทั้ง 2 เหตุการณ์ที่กล่าวมาเราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของตารางได้ ดังนี้

เหตุการณ์	ผลที่เกิดขึ้น ในเหตุการณ์	จำนวนผล ของเหตุการณ์	ความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์
แต้มเป็นจำนวนคู่	2, 4, 6	3	$\frac{3}{6}$ หรือ $\frac{1}{2}$
แต้มเป็นจำนวน ที่น้อยกว่า 3	1, 2	2	$\frac{2}{6}$ หรือ $\frac{1}{3}$

จากตัวอย่างที่กล่าวมาแล้วข้างต้น อาจจะสรุปเป็นสูตรการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้ดังนี้

$$\text{ความน่าจะเป็น} = \frac{\text{จำนวนผลของเหตุการณ์ที่สนใจ}}{\text{จำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม}}$$

ข้อควรจำ

1. เหตุการณ์ที่แน่นอน คือ เหตุการณ์ที่มีความน่าจะเป็น = 1 เสมอ
2. เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ คือ เหตุการณ์ที่มีความน่าจะเป็น = 0
3. ความน่าจะเป็นใด ๆ จะมีค่าไม่ต่ำกว่า 0 และ ไม่เกิน 1 เสมอ
4. ในการทดลองหนึ่งสามารถทำให้เกิดผลที่ต้องการอย่างมีโอกาสเท่ากันและมีโอกาสเกิดได้ N สิ่ง และเหตุการณ์ A มีจำนวนสมาชิกเป็น n ดังนั้นความน่าจะเป็นของ A

คือ
$$P(A) = \frac{n}{N}$$

แบบฝึกหัดที่ 3

1. มีสลาก 10 ใบ เขียนเลข 1-10 แล้วม้วนใส่กล่อง ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สลากที่เป็นจำนวน
คี่เท่าไร

.....

2. ใส่ลูกเต๋า 1 ลูกลงในถ้วยแก้ว เขย่าแล้วเทออก จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ขึ้นแต้ม 6

.....

3. ถูบหนึ่งมีลูกกวาดสีแดง 5 เม็ด สีเหลือง 2 เม็ด แมวหยิบขึ้นรับประทาน 1 เม็ดโดยไม่ได้ดู
จงหาความน่าจะเป็นที่แมวจะหยิบได้ลูกกวาดสีแดง

.....

4. ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ไฟ K โคมแดง จากไฟ 1 สำหรับเป็นเท่าไร

.....

5. ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ไฟสีดําจากไฟ 1 สำหรับ เป็นเท่าไร

.....

6. ทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่จะทอดได้แต้มรวมกันเป็น 7 คือข้อใด

.....

7. ทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่จะทอดได้แต้มรวมกันไม่เกิน 1 คือข้อใด

.....

8. ถ้าต้องการถูกรางวัลเลขท้าย 2 ตัวแน่ๆ จะต้องซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาลกี่ใบ

.....

9. จากการทดลองโยนเหรียญหนึ่งอัน 3 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่ออกหัว 1 ครั้ง เป็นเท่าไร

.....

10. ถ้าทอดลูกเต๋าสี่เหลี่ยม 1 ลูกพร้อมกันกับโยนเหรียญ 1 เหรียญ จงหาความน่าจะเป็นที่แต้มบน
ลูกเต๋าคือแต้มคู่

.....

เรื่องที่ 3 การนำความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่างๆไปใช้

ในชีวิตประจำวัน คนเราได้นำประโยชน์จากความน่าจะเป็นมาใช้อยู่ตลอดเวลา เพียงแต่ไม่ได้เรียกว่าความน่าจะเป็นเท่านั้น เช่น ในเรื่องการซื้อหวย หรือสลากกินแบ่งรัฐบาล จะเห็นว่าโอกาสที่จะถูกละท้าย 2 ตัวมีค่าเป็น 1 ใน 100 และโอกาสที่จะถูกรางวัลอื่นๆ ยิ่งน้อยลงตามลำดับ

นอกจากนี้ยังมีการคำนวณค่าความน่าจะเป็นเพื่อประมาณค่าอัตราการเกิดอุบัติเหตุ ในแต่ละลักษณะของการกำหนดเบี้ยประกันภัยรถยนต์ หรือการคาดหมายผลการเลือกตั้ง การพยากรณ์ต่างๆ ทางธุรกิจ การทดสอบคุณภาพผลิตภัณฑ์ใหม่จากโรงงาน ฯลฯ ซึ่งความน่าจะเป็นมีบทบาทสำคัญมาก ผู้เรียนจะได้เห็นประโยชน์ชัดเจนขึ้นเมื่อเรียนต่อในระดับสูงขึ้นไป

แบบฝึกหัดที่ 4

จากโจทย์ต่อไปนี้ให้นักเรียนตอบว่าใครได้เปรียบ

1. ให้นักเรียนทำลูกบาศก์หนึ่งลูกแล้วเขียนเลข 1 ที่หน้าหนึ่งของลูกบาศก์ เขียนเลข 2 ที่หน้าอีกสองหน้า ส่วนอีกสามหน้าที่เหลือเขียน 3 ใช้กติกาต่อไปนี้ตัดสินการแพ้ ชนะ เสมอ ในการโยนลูกบาศก์ที่ทำขึ้นนี้คนละครั้ง

1) ผู้เล่นคนที่หนึ่งชนะถ้าเขาโยนลูกบาศก์แล้วหน้าที่เขียนเลข 3 หายขึ้น และคู่แข่งชนะได้เลข 3 ด้วย ผู้เล่นคนที่สองชนะถ้าได้เลขที่ต่ำกว่า 3 และคู่แข่งชนะได้เลขที่ต่ำกว่า 3 กรณีอื่น ๆ ถือว่าเสมอกัน

2) ผู้เล่นคนที่หนึ่งถ้าเขาโยนลูกบาศก์แล้วหน้าที่เขียนเลข 1 หายขึ้น และคู่แข่งชนะได้เลขที่ต่ำกว่า 3 ผู้เล่นคนที่สองชนะ ถ้าเขาโยนลูกบาศก์หายหน้าที่เขียนเลข 3 และคู่แข่งชนะได้เลขสูงกว่า 1 กรณีอื่นถือว่าเสมอกัน

เฉลยแบบฝึกหัด

เฉลย บทที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ
แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเลือกจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มจากจำนวนต่อไปนี้

$$- \quad 1, \quad \frac{4}{2}, \quad 0, \quad -3, \quad \frac{500}{1000}, \quad -\frac{500}{250}$$

จำนวนเต็มบวก ประกอบด้วย $\frac{4}{2}$

จำนวนเต็มลบ ประกอบด้วย -1 -3 $-\frac{500}{250}$

จำนวนเต็ม ประกอบด้วย $-1, \quad \frac{4}{2}, \quad 0, \quad -3, \quad -\frac{500}{250}$

2. จงเติมเครื่องหมาย < หรือ > เพื่อให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

1) -4 $<$ 3

2) -4 $<$ -3

3) -2 $>$ -5

4) 4 $>$ -2

5) 4 $>$ -8

3. จงเรียงลำดับจำนวนเต็มจากน้อยไปหามาก

1) $-2, -8, -4, -15, -20, -7$

..... $-20, -15, -8, -7, -4, -2$

2) $4, -8, 0, -2, 16, -17$

..... $-17, -8, -2, 0, 4, 16$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงเติมคำว่า “มากกว่า” หรือ “น้อยกว่า” หรือ “เท่ากับ”

- 1) ค่าสัมบูรณ์ของ (-3) เท่ากับ.....ค่าสัมบูรณ์ของ 3
- 2) จำนวนตรงข้ามของ (-4) มากกว่า.....จำนวนตรงข้ามของ 4
- 3) จำนวนตรงข้ามของ 5น้อยกว่า.....จำนวนตรงข้ามของ -5
- 4) ค่าสัมบูรณ์ของ Aเท่ากับ.....ค่าสัมบูรณ์ของ $(-A)$ เมื่อ A เป็นจำนวนใดๆ
- 5) จำนวนตรงข้ามของ Aน้อยกว่า.....จำนวนตรงข้ามของ $(-A)$ เมื่อ A เป็นจำนวนใดๆ

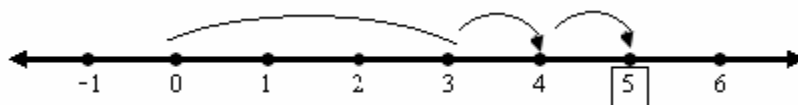
2. จงเติมเครื่องหมาย $<$, $>$ หรือ $=$ ลงในช่องว่าง

- 1) $-(-5)$ =.....5
- 2) จำนวนตรงข้ามของ 8 $<$ 8
- 3) จำนวนตรงข้ามของ (-8) $>$ (-8)
- 4) $|-25|$ = $|-25|$
- 5) $|-20|$ $>$ (-20)
- 6) $|-25|$ $>$ $|-5|$
- 7) จำนวนตรงข้ามของ (-2) $<$ จำนวนตรงข้ามของ (-7)
- 8) จำนวนตรงข้ามของ 32 $>$ จำนวนตรงข้ามของ 77

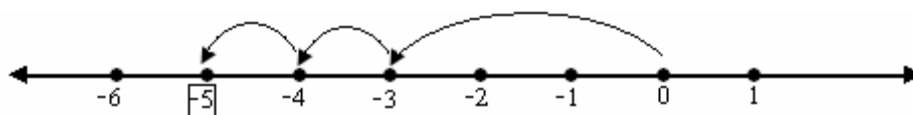
แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงแสดงการหาผลบวกของสองจำนวนที่กำหนดให้ โดยใช้เส้นจำนวน

1. $3+2$



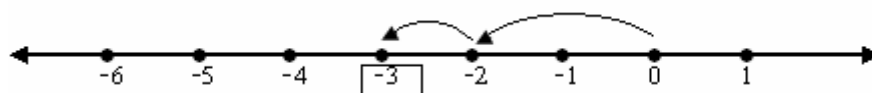
2. $(-3)+(-2)$



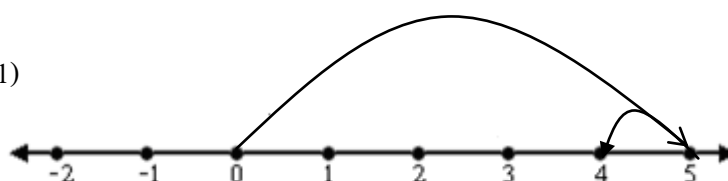
3. $2+1$



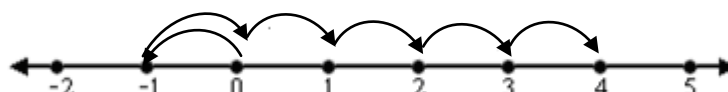
4. $(-2)+(-1)$



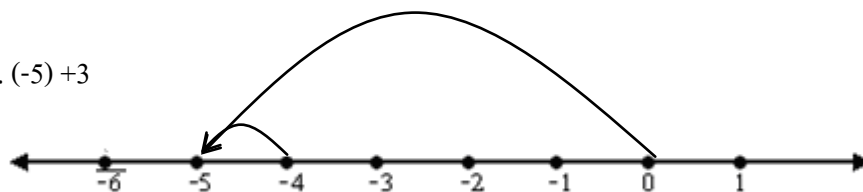
5. $5+(-1)$



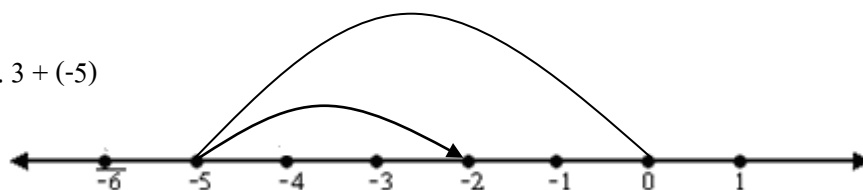
6. $(-1)+5$



7. $(-5)+3$



8. $3+(-5)$



2. จากผลการบวกโดยใช้เส้นจำนวน จงเติมคำตอบต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

ประโยคแสดงผลบวกของ $a+b$	ค่าสัมบูรณ์ของ a	ค่าสัมบูรณ์ของ b	ค่าสัมบูรณ์ของ $(a+b)$	ผลบวกของ $ a $ กับ $ b $ เท่ากันหรือไม่กับ $ a+b $
1. $3+2 = 5$	3	2	5	เท่ากัน
2. $(-3)+(-2) = -5$	3	2	5	เท่ากัน
3. $2+1 = 3$	2	1	3	เท่ากัน
4. $(-2)+(-1) = -3$	2	1	3	เท่ากัน
5. $5+(-1) = 4$	5	1	4	เท่ากัน
6. $(-1)+5 = 4$	1	5	6	เท่ากัน
7. $(-5)+3 = -2$	5	3	2	เท่ากัน
8. $3+(-5) = -2$	3	5	2	เท่ากัน

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $(-12) - 7$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } (-12) - 7 &= (-12) + (-7) \\ &= -19\end{aligned}$$

4. $(-5) - (-8)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } (-5) - (-8) &= (-5) + 8 \\ &= 3\end{aligned}$$

2. $7 - (-12)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } 7 - (-12) &= 7 + 12 \\ &= 19\end{aligned}$$

5. $[8 - (-2)] - 6$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } [8 - (-2)] - 6 &= [8 + 2] + (-6) \\ &= 10 + (-6) \\ &= 4\end{aligned}$$

3. $(-8) - (-5)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } (-8) - (-5) &= (-8) + 5 \\ &= -3\end{aligned}$$

6. $8 - [(-2) - 6]$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } 8 - [(-2) + (-6)] &= 8 - (-8) \\ &= 8 + 8 \\ &= 16\end{aligned}$$

2. จงหาค่าของ $a - b$ และ $b - a$ เมื่อกำหนด a และ b ดังต่อไปนี้

1. $a = 5, b = (-3)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } a - b &= 5 - (-3) \\ &= 5 + 3 \\ &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b - a &= (-3) - 5 \\ &= (-3) + (-5) \\ &= -8\end{aligned}$$

2. $a = (-14), b = (-6)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } a - b &= (-14) - (-6) \\ &= (-14) + 6 \\ &= (-8)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b - a &= (-6) - (-14) \\ &= (-6) + 14 \\ &= 8\end{aligned}$$

3. $a = (-4), b = (-4)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } a - b &= (-4) - (-4) \\ &= (-4) + 4 \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b - a &= (-4) - (-4) \\ &= (-4) + 4 \\ &= 0\end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 5

จงหาผลลัพธ์

1). $[(-3) \times (-5)] \times (-2)$

วิธีทำ $[(-3) \times (-5)] \times (-2) = 15 \times (-2)$
 $= (-30)$

6). $(-5) \times [6 + (-6)]$

วิธีทำ $(-5) \times [6 + (-6)] = (-5) \times 0$
 $= 0$

2). $(-3) \times [(-5) \times (-2)]$

วิธีทำ $(-3) \times [(-5) \times (-2)] = (-3) \times 10$
 $= -30$

7). $[(-7) \times (-5)] + [(-7) \times 2]$

วิธีทำ $[(-7) \times (-5)] + [(-7) \times 2] = 35 + (-14)$
 $= 21$

3). $[4 \times (-3)] \times (-1)$

วิธีทำ $[4 \times (-3)] \times (-1) = (-12) \times (-1)$
 $= 12$

8). $(-7) \times [(-5) + 2]$

วิธีทำ $(-7) \times [(-5) + 2] = (-7) \times (-3)$
 $= 21$

4). $4 \times [(-3) \times (-1)]$

วิธีทำ $4 \times [(-3) \times (-1)] = 4 \times 3$
 $= 12$

9). $[5 \times (-7)] + [5 \times 3]$

วิธีทำ $[5 \times (-7)] + [5 \times 3] = (-35) + 15$
 $= (-20)$

5). $[(-5) \times (-6)] + [(-5) \times (-6)]$

วิธีทำ $[(-5) \times (-6)] + [(-5) \times (-6)] = 30 + 30$
 $= 60$

10). $5 \times [(-7) + 3]$

วิธีทำ $5 \times [(-7) + 3] = 5 \times (-4)$
 $= (-20)$

แบบฝึกหัดที่ 6

1. จงเติมคำตอบให้สมบูรณ์เพื่อแสดงหลักของความสัมพันธ์ระหว่างการหารและการคูณ ต่อไปนี้

ประโยคที่แสดงความสัมพันธ์ $a = b \times c$	ประโยคที่แสดงความสัมพันธ์ $a \div b = c$ หรือ $a \div c = b$
$10 = 5 \times 2$	$10 \div 5 = 2$ หรือ $10 \div 2 = 5$
$35 = 7 \times 5$	$35 \div 7 = 5$ หรือ $35 \div 5 = 7$
$33 = 3 \times 11$	$33 \div 3 = 11$ หรือ $33 \div 11 = 3$
$(-14) = 7 \times (-2)$	$(-14) \div 7 = (-2)$ หรือ $(-14) \div (-2) = 7$
$(-21) = 7 \times (-3)$	$(-21) \div 7 = (-3)$ หรือ $(-21) \div (-3) = 7$
$(-15) = 3 \times (-5)$	$(-15) \div 3 = (-5)$ หรือ $(-15) \div (-5) = 3$
$10 = (-5) \times (-2)$	$10 \div (-5) = (-2)$ หรือ $10 \div (-2) = (-5)$

จงหาผลหาร

1. $17 \div 17$

วิธีทำ $17 \div 17 = 1$

4. $(-72) \div 9$

วิธีทำ $(-72) \div 9 = -8$

2. $23 \div (-23)$

วิธีทำ $23 \div (-23) = -1$

5. $[(-51) \div (-17)] \div [15 \div (-5)]$

วิธีทำ $[(-51) \div (-17)] \div [15 \div (-5)] = 3 \div (-3)$
 $= -1$

3. $15 \div (-3)$

วิธีทำ $15 \div (-3) = -5$

6. $[(-72) \div 9] \div [16 \div (-2)]$

วิธีทำ $[(-72) \div 9] \div [16 \div (-2)] = (-8) \div (-8)$
 $= 1$

แบบฝึกหัดที่ 7

1. จงเติมจำนวนเต็มในช่องว่างที่เว้นไว้เพื่อให้แต่ละประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

$$1.1 \quad 5$$

$$1.2 \quad (-5)$$

$$1.3 \quad 7$$

$$1.4 \quad 6$$

$$1.5 \quad (-9)$$

$$1.6 \quad (-5)$$

$$1.7 \quad (-13)$$

$$1.8 \quad 13$$

$$1.9 \quad 0$$

$$1.10 \quad (-3)$$

2. เมื่อกำหนดให้ $a = 8$, $b = 10$, $c = 3$ และ $d = -6$ จงหาค่าของ $\frac{ac + bd}{a + b}$

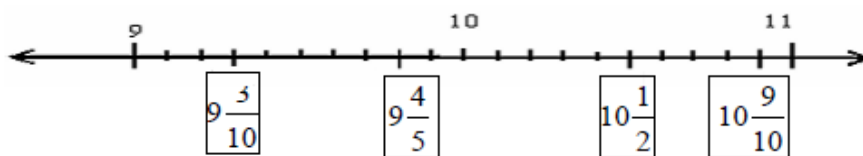
$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{(8 \times 3) + (10 \times (-6))}{8 + 10} &= \frac{24 + (-60)}{18} \\ &= \frac{(-36)}{18} \\ &= (-2) \end{aligned}$$

เฉลย บทที่ 2 เศษส่วนและทศนิยม

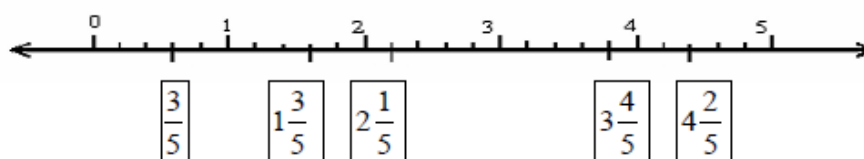
แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเติมเศษส่วนลงใน ให้ถูกต้อง

1)

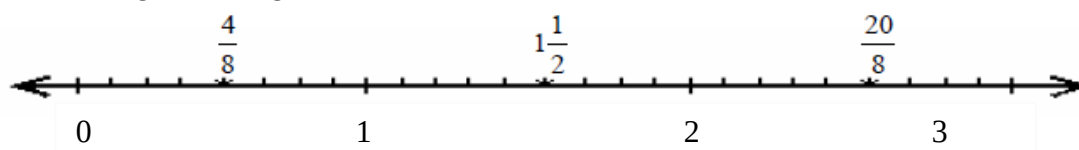


2)

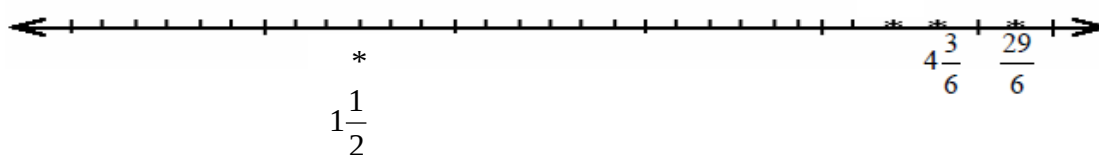


2. จงเขียนเส้นจำนวนแล้วหาจุดที่แทนจำนวนต่อไปนี้

1) $\frac{4}{8}$, $1\frac{1}{2}$, $\frac{20}{8}$



2) $1\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{6}$, $\frac{29}{6}$



3. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของทศนิยม

1. $\frac{6}{10} = 0.6$

2. $\frac{12}{100} = 0.12$

3. $\frac{357}{1000} = 0.357$

4. $\frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} = 0.123$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงเปลี่ยนเศษส่วนต่อไปนี้ให้เป็นทศนิยม โดยการทำให้เป็น 10 , 100 ,1,000,.....

$$1) \frac{9}{4} = \frac{225}{100} = 2.25$$

$$2) 1\frac{3}{4} = \frac{175}{100} = 1.75$$

$$3) \frac{39}{40} = \frac{97.5}{100} = 0.975$$

$$4) \frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 0.28$$

$$5) \frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0.125$$

$$6) \frac{8}{125} = \frac{64}{1000} = 0.064$$

2. จงเปลี่ยนเศษส่วนต่อไปนี้ให้เป็นทศนิยม โดยการหารเศษส่วน

$$1) \frac{9}{11} = 0.8\dot{1}$$

$$2) 3\frac{1}{7} = 3.14$$

$$3) \frac{7}{16} = 0.4375$$

$$4) \frac{5}{4} = 1.25$$

$$5) \frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$$

$$6) 8\frac{3}{5} = 8.6$$

แบบฝึกหัดที่ 3

1. ให้เติมตัวเลขหรือตัวส่วนของเศษส่วนลงใน เพื่อให้ได้เศษส่วนที่เท่ากัน

$$1) \frac{1}{2} = \frac{\boxed{9}}{18}$$

$$2) \frac{3}{4} = \frac{\boxed{15}}{20}$$

$$3) \frac{7}{12} = \frac{\boxed{21}}{\boxed{36}}$$

$$4) \frac{2}{5} = \frac{\boxed{16}}{\boxed{40}}$$

$$5) \frac{14}{9} = \frac{\boxed{56}}{\boxed{36}}$$

$$6) \frac{20}{100} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{25}}$$

$$7) \frac{9}{12} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$$

$$8) \frac{\boxed{2}}{\boxed{5}} = \frac{16}{40}$$

2. ให้เติมเครื่องหมาย $>$, $<$ หรือ $=$ ลงใน ให้ถูกต้อง

$$1) \frac{1}{5} \boxed{>} \frac{1}{6}$$

$$2) \frac{2}{3} \boxed{<} \frac{3}{4}$$

$$3) \frac{5}{6} \boxed{<} \frac{6}{7}$$

$$4) \frac{3}{10} \boxed{<} \frac{1}{3}$$

$$5) \frac{3}{8} \boxed{>} \frac{1}{6}$$

$$6) \frac{7}{3} \boxed{>} \frac{9}{4}$$

$$7) \frac{5}{12} \boxed{<} \frac{7}{16}$$

$$8) \frac{11}{15} \boxed{>} \frac{7}{10}$$

$$9) \frac{11}{4} \boxed{=} \frac{22}{8}$$

$$10) \frac{7}{3} \boxed{<} \frac{5}{2}$$

$$11) \frac{11}{14} \boxed{<} \frac{11}{15}$$

$$12) \frac{30}{100} \boxed{=} \frac{3}{10}$$

3. ให้นักศึกษาเติมเครื่องหมาย $>$, $<$ หรือ $=$ ระหว่างจำนวนสองจำนวน

1) $-0.500 \dots\dots < \dots\dots 0.501$

2) $103.012 \dots\dots > \dots\dots - 0.501$

3) $5.28 \dots\dots < \dots\dots 5.82$

4) $- 5.28 \dots\dots = \dots\dots -5.28$

5) $8.354 \dots\dots < \dots\dots 8.534$

6) $-8.544 \dots\dots < \dots\dots -8.534$

7) $-13.06 \dots\dots < \dots\dots 13.06$

8) $103.012 \dots\dots > \dots\dots -103.012$

9) $-5.125 \dots\dots = \dots\dots -5.1250$

10) $-7.10 \dots\dots < \dots\dots -7.01$

4. ให้นักศึกษาเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากค่าน้อยไปค่ามาก

5) $-1.724, -1.738, 0.832, -2.000$

$- 2.000, - 1.738, -1.724, 0.832$

6) $-30.710, -31.170, -31.107, 30.017$

$-30.710, -31.170, -31.107, 30.017$

7) $83.000, -38.000, -83.001, -138.500$

$-138.500, -83.001, -38.000, 83.000$

8) $-34.50, -37.40, -41.54, -39.62, -42.50$

$-42.50, -41.54, -39.62, -37.40, -34.50$

แบบฝึกหัดที่ 4

1. ให้หาผลลัพธ์ต่อไปนี้

1.1 $\frac{12}{2} = 6$

1.2 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

1.3 $\frac{24}{12} = 2$

1.4 $\frac{16}{11} = 1\frac{5}{11}$

1.5 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

1.6 $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

2. ให้เติมจำนวนลงใน แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง

$$2.1 \quad \frac{6}{8}$$

$$2.2 \quad \frac{6}{6}$$

$$2.3 \quad \frac{12}{8}$$

$$2.4 \quad \frac{5}{3}$$

$$2.5 \quad \frac{7}{8}$$

3. ให้หาจำนวนมาเติมลงใน แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง

$$3.1 \quad \frac{3}{6}$$

$$3.2 \quad \frac{9}{14}$$

$$3.3 \quad \frac{1}{6}$$

$$3.4 \quad \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$$

$$3.5 \quad \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

$$3.6 \quad \frac{14}{24}$$

$$3.7 \quad \frac{35}{18} = 1\frac{17}{18}$$

$$3.8 \quad \frac{111}{28}$$

4. ให้หาผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. \text{ วิธีทำ } &= \frac{3}{7} + \left(\frac{14}{35} + \frac{20}{35} \right) \\ &= \frac{3}{7} + \frac{34}{35} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} + \frac{34}{35} = \frac{15}{35} + \frac{34}{35} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ วิธีทำ } &= \frac{7}{10} + \left(\frac{5}{9} + \frac{4}{9} \right) = \frac{7}{10} + \frac{9}{9} \\ &= \frac{7}{10} + 1 \end{aligned}$$

$$= \frac{49}{35}$$

$$= 1\frac{7}{10}$$

$$= 1\frac{14}{35}$$

$$= 1\frac{2}{5}$$

$$3. \text{ วิธีทำ } = \left[\left(\frac{3}{5} \times \frac{8}{8} \right) + \left(\frac{7}{8} + \frac{5}{5} \right) \right] + \frac{2}{5}$$

$$= \left[\frac{24}{40} + \frac{35}{40} \right] + \frac{2}{5}$$

$$= \frac{59}{40} + \frac{2}{5}$$

$$= \frac{59}{40} + \left(\frac{2}{5} \times \frac{8}{8} \right)$$

$$4. \text{ วิธีทำ } = \frac{46}{11} + \left(\frac{7}{3} - \frac{7}{33} \right)$$

$$= \frac{46}{11} + \left[\left(\frac{7}{3} \times \frac{11}{11} \right) - \frac{7}{33} \right]$$

$$= \frac{46}{11} + \left[\frac{77}{33} - \frac{7}{33} \right]$$

$$= \frac{46}{11} + \frac{70}{33}$$

$$= \frac{59}{40} + \frac{16}{40}$$

$$= \frac{75}{40} = 1\frac{35}{40}$$

$$6\frac{10}{33}$$

$$= \left[\frac{46}{11} \times \frac{3}{3} \right] + \frac{70}{33}$$

$$= \frac{138}{33} + \frac{70}{33} = \frac{208}{33} =$$

แบบฝึกหัดที่ 5

1. จงหาผลคูณต่อไปนี้

1) $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{5}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} &= \frac{7}{3} \times \frac{6}{5} \\ &= \frac{42}{15} \\ &= 2\frac{12}{15} = 2\frac{4}{5} \end{aligned}$$

2) $1\frac{1}{5} \times \frac{5}{9}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} &= \frac{6}{5} \times \frac{5}{9} \\ &= \frac{30}{45} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

3) $5\frac{2}{11} \times 1\frac{1}{9}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} &= \frac{57}{11} \times \frac{10}{9} \\ &= \frac{570}{99} = 5\frac{75}{99} = 5\frac{25}{33} \end{aligned}$$

4) $16\frac{2}{3} \times \frac{7}{10}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} &= \frac{50}{3} \times \frac{7}{10} \\ &= \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3} \end{aligned}$$

5) $\frac{5}{16} \times 2\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{5}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} &= \frac{5}{16} \times \frac{8}{3} \times \frac{7}{5} \\ &= \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} \end{aligned}$$

6) $6\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6}$

$$\text{วิธีทำ} = \frac{20}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{5 \times 1 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5}{6}$$

$$7) \frac{15}{49} \times \frac{24}{25} \times \frac{35}{18}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} &= \frac{15}{49} \times \frac{24}{25} \times \frac{35}{18} \\ &= \frac{4}{7} \end{aligned}$$

$$8) \frac{24}{25} \times \frac{10}{27} \times \frac{11}{25} \times \frac{10}{22}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} &= \frac{24}{25} \times \frac{10}{27} \times \frac{11}{25} \times \frac{10}{22} \\ &= \frac{8 \times 2 \times 1 \times 1}{5 \times 9 \times 5 \times 1} \\ &= \frac{16}{225} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 6

1. จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1.1 \quad \text{วิธีทำ} &= \frac{4}{5} \times \frac{8}{5} \\ &= \frac{32}{25} = 1\frac{7}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.2 \quad \text{วิธีทำ} &= \frac{10}{11} \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{4}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.3 \quad \text{วิธีทำ} &= \frac{9}{24} \times \frac{12}{6} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.4 \quad \text{วิธีทำ} &= \frac{15}{16} \times \frac{24}{5} \\ &= \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.5 \quad \text{วิธีทำ} &= \frac{99}{100} \times \frac{25}{11} \\ &= \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.6 \quad \text{วิธีทำ} &= \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

2. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\begin{aligned}
 2.1 \quad \text{วิธีทำ} &= \frac{9}{17} \times \left(\frac{21}{5} - \frac{31}{9} \right) \\
 &= \frac{9}{17} \times \left(\frac{189}{45} - \frac{155}{45} \right) = \frac{9}{17} \times \frac{34}{45} \\
 &= \frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.2 \quad \text{วิธีทำ} &= \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6} \right) \div \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6} \right) \\
 &= \frac{5}{6} \div \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \times 6 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.3 \quad \text{วิธีทำ} &= \frac{11}{3} \times \frac{7}{6} \times \frac{12}{11} \\
 &= \frac{14}{3} \\
 &= 4\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.4 \quad \text{วิธีทำ} &= \frac{24}{7} \times \frac{7}{5} \times \frac{10}{3} \\
 &= 16
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 7

1. ให้หาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1) ตอมีเงิน 320 บาท ซื้อรองเท้า $\frac{2}{5}$ ของเงินทั้งหมด ซื้อเสื้อ $\frac{5}{16}$ ของเงินที่เหลือ จงหาว่าตอเหลือเงินเท่าไร

วิธีทำ	ตอมีเงิน	320 บาท
	ซื้อรองเท้า $\frac{2}{5}$ ของเงินทั้งหมด คิดเป็น	$\frac{2}{5} \times 320 = 128$
	เหลือเงินจากการซื้อรองเท้า	$320 - 128 = 192$ บาท
	ซื้อเสื้อ $\frac{5}{16}$ ของเงินที่เหลือ คิดเป็น	$\frac{5}{16} \times 192 = 60$ บาท
	เหลือเงินจากการซื้อเสื้อ	$192 - 60 = 132$ บาท
ตอบ	ตอเหลือเงิน	132 บาท

2) ห้องประชุมห้องหนึ่งมีความยาวเป็น $3\frac{3}{4}$ ของความกว้าง และความกว้างเป็น $4\frac{2}{5}$ ของความสูง ถ้าห้องสูง $3\frac{1}{2}$ เมตร และมีนักเรียน 462 คน จงหาว่าโดยเฉลี่ยนักเรียนคนหนึ่งมีอากาศหายใจกี่ลูกบาศก์เมตร

วิธีทำ	ห้องประชุมมีความกว้าง $4\frac{2}{5}$ ของความสูง	$= \frac{22}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{77}{5}$ เมตร
	มีความยาวเป็น $3\frac{3}{4}$ ของความกว้าง	$= \frac{15}{4} \times \frac{77}{5} = \frac{231}{4}$ เมตร
	ดังนั้นห้องประชุมมีปริมาตร	$= \frac{7}{2} \times \frac{77}{5} \times \frac{231}{4} = \frac{124,509}{40}$ ลูกบาศก์เมตร
	ในห้องประชุมมีนักเรียน 462 คน โดยเฉลี่ยนักเรียนคนหนึ่งมีอากาศหายใจ	$= \frac{124,509}{40} \div 462$
		$= \frac{124,509}{40} \times \frac{1}{462}$
		$= 6.7375$ ลูกบาศก์เมตร

ตอบ โดยเฉลี่ยนักเรียนคนหนึ่งมีอากาศหายใจ 6.7375 ลูกบาศก์เมตร

3) จ้างคนปลูกหญ้าบนสนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง $6\frac{4}{5}$ เมตร ยาว $10\frac{1}{2}$ เมตร ในราคาตารางเมตรละ 45 บาท จะต้องจ่ายเงินทั้งหมดเท่าไร

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง} \quad & 6\frac{4}{5} \text{ เมตร} & = \frac{34}{5} \text{ เมตร} \\
 \text{ยาว} \quad & 10\frac{1}{2} \text{ เมตร} & = \frac{21}{2} \text{ เมตร} \\
 \text{พื้นที่สนาม} & = \frac{34}{5} \times \frac{21}{2} = \frac{357}{5} \text{ ตารางเมตร} \\
 \text{จ่ายค่าจ้างคนปลูกหญ้า ตารางเมตรละ} & 45 \text{ บาท} \\
 \text{ต้องจ่ายเงิน} & = 45 \times \frac{357}{5} = 3,375 \text{ บาท}
 \end{aligned}$$

ตอบ จ่ายค่าจ้างปลูกหญ้าบนสนามเท่ากับ 3,375 บาท

4) โทรทัศน์เครื่องหนึ่งประกาศลดราคาลง $\frac{1}{4}$ ของราคาที่ปิดไว้เดิม แต่ผู้ซื้อเป็นเพื่อนกับผู้ขายลดให้อีก $\frac{1}{5}$ ของราคาที่ประกาศลดแล้วในครั้งแรก ซึ่งปรากฏว่าผู้ซื้อจ่ายไป 4,200 บาท จงหาว่าโทรทัศน์เครื่องนี้ปิดราคาเดิมไว้เท่าไร

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{โทรทัศน์เครื่องหนึ่งลดราคาลง} \quad & \frac{1}{4} \text{ ของราคาที่ปิดไว้} \\
 \text{ถ้าลดราคา} \quad \frac{1}{4} \text{ บาท} \quad \text{ราคาที่ลดแล้วเหลือ} & 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ บาท} \\
 \text{ขายให้เพื่อนลดให้อีก} \quad \frac{1}{5} \text{ ของราคาที่ประกาศลด} & \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{20} \\
 \text{ขายไปจริงราคา} & \frac{3}{4} - \frac{3}{20} = \frac{15-3}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \text{ บาท} \\
 \text{เศษส่วน} \quad \frac{3}{5} \text{ คิดเป็นเงิน 4,200 บาท} \\
 \text{ดังนั้นราคาเดิมขายไว้} & = 4,200 \times \frac{5}{3} = 7,000 \text{ บาท}
 \end{aligned}$$

ตอบ เดิมคิดราคาไว้ 7,000 บาท

5) ในการเดินทางครั้งหนึ่งเสียค่าที่พัก $\frac{2}{5}$ ของค่าใช้จ่ายทั้งหมด ค่าเดินทาง $\frac{1}{4}$ ของค่าใช้จ่ายทั้งหมด ค่าใช้จ่ายอื่น ๆ คิดเป็นเงิน 1,470 บาท จงหาว่าค่าใช้จ่ายทั้งหมดเป็นเงินเท่าไร

วิธีทำ ค่าใช้จ่ายทั้งหมดเป็นเงิน 1 บาท

$$\text{เสียค่าที่พัก } \frac{2}{5} \text{ ของค่าใช้จ่ายทั้งหมดเป็นเงิน} = \frac{2}{5} \text{ บาท}$$

$$\text{เสียค่าเดินทาง } \frac{1}{4} \text{ ของค่าใช้จ่ายทั้งหมดเป็นเงิน} = \frac{1}{4} \text{ บาท}$$

$$\text{รวมค่าที่พักและค่าเดินทาง} = \frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{13}{20} \text{ บาท}$$

$$\text{เป็นค่าใช้จ่ายอื่นๆ} = 1 - \frac{13}{20} = \frac{7}{20} \text{ บาท}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{7}{20} \text{ คิดเป็นเงิน 1,470 บาท}$$

$$\text{ดังนั้น ค่าใช้จ่ายทั้งหมด} = 1,470 \times \frac{20}{7} = 4,200 \text{ บาท}$$

ตอบ ค่าใช้จ่ายทั้งหมด 4,200 บาท

แบบฝึกหัดที่ 8

1. จงเติมผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$1.1 \quad 0.99$$

$$1.2 \quad -0.2$$

$$1.3 \quad -0.1$$

$$1.4 \quad 0.1$$

$$1.5 \quad -16.7$$

$$1.6 \quad -12.5$$

$$1.7 \quad 50.09$$

$$1.8 \quad -15.15$$

$$1.9 \quad 10.1$$

$$1.10 \quad 3.306$$

$$1.11 \quad -9.1$$

$$1.12 \quad -16.57$$

$$1.13 \quad -36.7$$

$$1.14 \quad -50.1$$

$$1.15 \quad 8.4782$$

$$1.16 \quad 2.7843$$

$$1.17 \quad -57.03$$

$$1.18 \quad -63.938$$

$$1.19 \quad -3.237$$

$$1.20 \quad 3.327$$

แบบฝึกหัดที่ 9

1. จงหาค่าของ

$$1.1 \quad -28.92$$

$$1.2 \quad -0.1176$$

$$1.3 \quad 6.6742$$

$$1.4 \quad -32.6808$$

2. จงหาค่าของ

$$2.1 \quad -1,240$$

$$2.2 \quad -10.1802$$

$$2.3 \quad -12.596$$

$$2.4 \quad 24.5746$$

$$2.5 \quad -3.33$$

แบบฝึกหัด 10

ให้นักศึกษาแก้ปัญหาโจทย์ต่อไปนี้

1. เชือกยาว 17.25 เมตร นำอีกเส้นหนึ่งยาว 5.2 เมตร มาผูกต่อกันทำให้เสียเชือกตรงรอยต่อ 0.15 เมตร นำเชือกที่ต่อแล้วมาวางเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ให้ด้านกว้างยาวด้านละ 1.5 เมตร ด้านยาวจะยาวด้านละกี่เมตร

วิธีทำ เชือกที่เหลือจากการนำมาต่อกันคิดเป็น $(17.25 + 5.2) - 0.15 = 22.3$ เมตร
 นำมาวางให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้ด้านกว้างยาว 1.5 เมตร
 ด้านกว้างทั้ง 2 ด้านจะใช้เชือกไป $1.5 \times 2 = 3$ เมตร
 เหลือเชือกเป็นด้านยาว $22.3 - 3 = 19.3$
 แต่ด้านยาว มี 2 ด้าน ดังนั้นด้านยาว ด้านละ $19.3 \div 2 = 9.65$ เมตร

ตอบ ด้านยาวจะยาวด้านละ 9.65 เมตร

2. น้ำตาลถุงหนึ่งหนัก 9.35 กิโลกรัม จำนวน 16 ถุง ใช้ทำขนมเฉลี่ยแล้ววันละ 4.4 กิโลกรัม จะใช้น้ำตาลได้ทั้งหมดกี่วัน

วิธีทำ น้ำตาลถุงหนึ่งหนัก 9.35 กิโลกรัม จำนวน 16 ถุง $= 9.35 \times 16 = 149.6$ กิโลกรัม
 ใช้ทำขนมเฉลี่ยแล้ววันละ 4.4 กิโลกรัม จะใช้น้ำตาลได้ $= \frac{149.6}{4.4} = 34$ วัน

ตอบ จะใช้น้ำตาลได้ทั้งหมด 34 วัน

3. ห้องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 4.8 เมตร ยาว 9.6 เมตร นำกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 32 ตารางเซนติเมตร มาปูห้องจะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น

วิธีทำ พื้นที่ห้องสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 4.8 เมตร ยาว 9.6 เมตร $= 480 \times 960 = 460,800$ ตร.ซม.
 พื้นที่กระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด $= 32$ ตร.ซม.
 ถ้าปูห้องจะต้องใช้กระเบื้อง $= \frac{460,800}{32} = 14,400$ แผ่น

ตอบ จะต้องใช้กระเบื้อง 14,400 แผ่น

4. มีทองคำแท่งหนึ่งหนัก 12.04 กรัม ซื้อมีเพิ่มอีก 25.22 กรัม แบ่งขายไปสองครั้ง หนักครั้งละ 8.02 กรัม ที่เหลือนำไปทำแหวน 5 วง หนักวงละ 3.45 กรัมเท่าๆ กัน จะเหลือทองอีกกี่กรัม

วิธีทำ ทองคำแท่งหนึ่งหนัก 12.04 กรัม ซื้อมีเพิ่มอีก 25.22 กรัม $= 12.04 + 25.22 = 37.26$ กรัม
 แบ่งขายไปสองครั้ง หนักครั้งละ 8.02 กรัม $= 8.02 \times 2 = 16.04$ กรัม
 เหลือทอง $= 37.26 - 16.04 = 21.22$ กรัม
 นำไปทำแหวน 5 วง หนักวงละ 3.45 กรัมเท่าๆ กัน $= 5 \times 3.45 = 17.25$ กรัม
 ทองที่เหลือจากการทำแหวนจะได้ $= 21.22 - 17.25 = 3.97$ กรัม

ตอบ จะเหลือทองอีก 3.97 กรัม

เฉลย บทที่ 3 เลขยกกำลัง

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 พร้อมทั้งบอกฐานและเลขชี้กำลัง

$$1.1 \quad 25 = \dots\dots\dots 5 \times 5 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots 5^2 \dots\dots\dots$$

$$\text{มี} = \dots\dots\dots 5 \dots\dots\dots \text{เป็นฐานและ} \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots \text{เป็นเลขชี้กำลัง}$$

$$1.2 \quad 64 = \dots\dots\dots 8 \times 8 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots 8^2 \dots\dots\dots$$

$$\text{มี} = \dots\dots\dots 8 \dots\dots\dots \text{เป็นฐานและ} \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots \text{เป็นเลขชี้กำลัง}$$

$$1.3 \quad 169 = \dots\dots\dots 13 \times 13 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots 13^2 \dots\dots\dots$$

$$\text{มี} = \dots\dots\dots 13 \dots\dots\dots \text{เป็นฐานและ} \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots \text{เป็นเลขชี้กำลัง}$$

$$1.4 \quad 729 = \dots\dots\dots 27 \times 27 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots 27^2 \dots\dots\dots$$

$$\text{มี} = \dots\dots\dots 27 \dots\dots\dots \text{เป็นฐานและ} \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots \text{เป็นเลขชี้กำลัง}$$

$$1.5 \quad -32 = \dots(-2)(-2)(-2)(-2)(-2) \dots\dots\dots = \dots\dots\dots (-2)^5 \dots\dots\dots$$

$$\text{มี} = \dots\dots\dots (-2) \dots\dots\dots \text{เป็นฐานและ} \dots\dots\dots 5 \dots\dots\dots \text{เป็นเลขชี้กำลัง}$$

$$1.6 \quad -243 = \dots(-3)(-3)(-3)(-3)(-3) \dots\dots\dots = \dots\dots\dots (-3)^5 \dots\dots\dots$$

$$\text{มี} = \dots\dots\dots (-3) \dots\dots\dots \text{เป็นฐานและ} \dots\dots\dots 5 \dots\dots\dots \text{เป็นเลขชี้กำลัง}$$

$$1.7 \quad 0.125 = \dots(0.5)(0.5)(0.5) \dots\dots\dots = \dots\dots\dots (0.5)^3 \dots\dots\dots$$

$$\text{มี} = \dots\dots\dots (0.5) \dots\dots\dots \text{เป็นฐานและ} \dots\dots\dots 3 \dots\dots\dots \text{เป็นเลขชี้กำลัง}$$

2. จงเขียนจำนวนที่แทนด้วยสัญลักษณ์ต่อไปนี้

$$2.1 \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$$

$$2.2 \quad (-3)(-3)(-3)(-3) = 81$$

$$2.3 \quad (0.3)(0.3)(0.3)(0.3)(0.3) = 0.00243$$

$$2.4 \quad (0.02)(0.02)(0.02)(0.02)(0.02)(0.02) = 0.000000000064$$

$$2.5 \quad \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{27}\right)$$

$$2.6 \quad \left(\frac{2}{7}\right)\left(\frac{2}{7}\right)\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{8}{343}$$

$$2.7 \quad (-5)(-5)(-5)(-5) = 625$$

$$2.8 \quad -(2 \times 2 \times 2) = -8$$

$$2.9 \quad \left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{1}{100000}$$

$$2.10 \quad (0.5)(0.5)(0.5)(0.5)(0.5)(0.5) = 0.015625$$

แบบฝึกหัดที่ 2

1 จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1. 4×10^5
2. 2.3×10^{10}
3. 6.39×10^8
4. 2.475×10^8

2. ดาวเสาร์อยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ประมาณ 1,430,000,000 กิโลเมตร จงเขียนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ตอบ 1.43×10^9

3. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ในแต่ละข้อต่อไปนี้แทนจำนวนใด

- 3.1 2,000,000
- 3.2 48,000,000,000,000
- 3.3 4,030,000,000
- 3.5 912,500

แบบฝึกหัดที่ 3

1 จงเขียนจำนวนที่แทนด้วยสัญลักษณ์ต่อไปนี้

- 1.1 $2^{5+6} = 2,048$
- 1.2 $32 \times 9 = 288$
- 1.3 $6^3 = 216$
- 1.4 $0.75^2 = 0.5625$
- 1.5 $\left(\frac{1}{9}\right) \times 9 = 1$
- 1.6 $(-6)^3 = -216$
- 1.7 $\frac{8}{125} \times \frac{625}{16} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$
- 1.8 $\frac{1}{117649} \times \frac{16807}{32} = \frac{1}{224}$
- 1.9 $(0.125)\left(\frac{1}{16}\right) = 0.0078125$
- 1.10 $(-11)^5 = 161051$

2. จงเขียนผลคูณของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

$$2.1 \quad 2^{2+3+7} = 2^{12}$$

$$2.2 \quad (-3)^{3+1+5} = (-3)^9$$

$$2.3 \quad 5 \times 5^4 \times 5^2 = 5^{1+4+2} = 5^7$$

$$2.4 \quad 11^2 \times 11 \times 11^2 = 11^{2+1+2} = 11^5$$

$$2.5 \quad (-3)^{4+3+7} = (-3)^{14}$$

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงหาผลลัพธ์

$$1.1 \quad 2^{9-2} = 2^7$$

$$1.2 \quad 3^{6-1} = 3^5$$

$$1.3 \quad 11^{3-6} = 11^{-3} = \frac{1}{11^3}$$

$$1.4 \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{4-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$1.5 \quad (0.03)^{5-4} = (0.03)$$

$$1.6 \quad (0.8)^5 \div (0.8)^7 = (0.8)^{5-7} = (0.8)^{-2} = \frac{1}{(0.8)^2}$$

$$1.7 \quad 5^{(3+4)-7} = 5^0 = 1$$

$$1.8 \quad 7^{(6+1)-4} = 7^3$$

$$1.9 \quad 13^{2+(4-5)} = 13$$

$$1.10 \quad m^{(6-7)+4} = m^3$$

2. จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้ในรูปที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

$$2.1 \quad 5^{3+(-4)} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

$$2.2 \quad 3^{8+(-6)-2} = 3^0 = 1$$

$$2.3 \quad 4^{(-6)-1} = 4^{-7} = \frac{1}{4^7}$$

$$2.4 \quad 2^{6+(-1)} = 2^5$$

$$2.5 \quad (1.5)^{2-3} = (1.5)^{-1} = \frac{1}{1.5}$$

$$2.6 \quad x^{2-5} = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$$

$$2.7 \quad (a^{3+1}) \div (a^{0+5}) = a^{4-5} = a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$2.8 \quad m^{-7-(-5)} = m^{-7+5} = m^{-2} = \frac{1}{m^2}$$

เฉลย บทที่ 4 อัตราส่วนร้อยละ

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเขียนอัตราส่วนจากข้อความต่อไปนี้

1.1 1 เซนติเมตร : 100 กิโลเมตร

1.2 200 กิโลเมตร : 3 ชั่วโมง

1.3 40 คน : 1,000 คน

1.4 72 ครั้ง : 1 นาที

2. สลากกินแบ่งรัฐบาลแต่ละงวดเป็นเลข 6 หลัก เช่น 889748 ซึ่งมีหมายเลขต่างกันทั้งหมด 1,000,000 ฉบับ ในจำนวนทั้งหมดนี้มีสลากที่ถูกรางวัลเลขท้าย 2 ตัวทั้งหมด 10,000 ฉบับ ถูกรางวัลเลขท้าย 3 ตัว 4,000 ฉบับ และถูกรางวัลที่ 1 อีก 1 ฉบับ

2.1 1 : 1,000,000

2.2 10,000 : 1,000,000

2.3 4,000 : 1,000,000

2.4 10,000 : 4,000

3. พ่อค้าจัดลูกกวาดคละสีขนาดเท่ากันลงในขวดโหลเดียวกัน โดยนับเป็นชุดดังนี้ “ลูกกวาดสีแดง 3 เม็ด สีเขียว 2 เม็ด สีเหลือง 5 เม็ด” จงหา

3.1 3: 10

3.2 3: 5

3.3 สีเหลืองเพราะมีจำนวนมากที่สุด ดังนั้น โอกาสที่จะหยิบได้สีเหลืองจึงมีมาก

แบบฝึกหัดที่ 2

1. ถ้าอัตราการแลกเปลี่ยนเงินดอลลาร์ต่อเงินหนึ่งบาทเท่ากับ 1 : 43 จงเติมราคาเงินในตาราง

เงินดอลลาร์	1	2	3	10	20
เงินบาท	43	86	129	430	860

2. จงเขียนอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ต่อไปนี้มาอีก 3 อัตราส่วน

2.1 $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}$

2.2 $\frac{10}{18}, \frac{15}{27}, \frac{20}{36}$

3. จงตรวจสอบว่าอัตราส่วนต่อไปนี้เท่ากันหรือไม่

อัตราส่วนที่กำหนดให้	พิจารณาการคูณไขว้	ผลการตรวจสอบ
1) $\frac{5}{6}$ กับ $\frac{10}{12}$	$5 \times 12 = 10 \times 6$ เพราะ $60 = 60$	$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$
2) $\frac{3}{4}$ กับ $\frac{4}{5}$	$3 \times 5 \neq 4 \times 4$ เพราะ $15 \neq 16$	$\frac{3}{4} \neq \frac{4}{5}$
3) $\frac{6}{8}$ กับ $\frac{7}{9}$	$6 \times 9 \neq 8 \times 7$ $54 \neq 56$	$\frac{6}{8} \neq \frac{7}{9}$
4) $\frac{12}{10}$ กับ $\frac{18}{15}$	$12 \times 15 = 18 \times 10$ $180 = 180$	$\frac{12}{10} = \frac{18}{15}$
5) $\frac{0.3}{10}$ กับ $\frac{6}{200}$	$0.3 \times 200 = 6 \times 10$ $60 = 60$	$\frac{0.3}{10} = \frac{6}{200}$

4. จงทำให้อัตราส่วนต่อไปนี้ มีหน่วยเดียวกันและอยู่ในรูปอย่างง่าย

4.1 $2 \times 24 : 10$ หรือ $48 : 10$ หรือ $24 : 5$

4.2 $200 : 1.5 \times 1,000$ เมตร หรือ $200 : 1,500$

แบบฝึกหัดที่ 3

1. พ่อแบ่งเงินให้ลูกสามคนโดยกำหนด

อัตราส่วนของจำนวนเงินลูกคนโต ต่อคนกลาง ต่อคนเล็กเป็น $5 : 3 : 2$ จงทำอัตราส่วนต่อไปนี้

1.1 $5 : 2$

1.2 $2 : 3$

1.3 $3 : 10$

1.4 $2 : 10$

2. เศรษฐีคนหนึ่งได้เขียนพินัยกรรมไว้ก่อนจะเสียชีวิตว่า ถ้าภรรยาที่กำลังตั้งครรภ์คลอดลูกเป็นชาย ให้แบ่งเงินในพินัยกรรมเป็นอัตราส่วนเงินของภรรยาต่อบุตรชายเป็น 1 : 2 แต่ถ้าคลอดลูกเป็นหญิง ให้แบ่งเงินในพินัยกรรมเป็นอัตราส่วนเงินของภรรยาต่อบุตรหญิงเป็น 2 : 1 เมื่อเศรษฐีคนนี้เสียชีวิตลงปรากฏว่าภรรยาคลอดลูกแฝด เป็นชาย 1 คน หญิง 1 คน จงหาอัตราส่วนของเงินในพินัยกรรมของภรรยาต่อบุตรชาย ต่อบุตรหญิง

ตอบ อัตราส่วนเงินของภรรยาต่อเงินของบุตรชาย เป็น 1 : 2

อัตราส่วนเงินของภรรยาต่อเงินของบุตรหญิง เป็น 2 : 1

เมื่อเศรษฐีเสียชีวิตลงภรรยาคลอดลูกเป็นฝาแฝด ชาย 1 คน หญิง 1 คน ต้องแบ่งพินัยกรรมเป็นสามส่วน คือ

อัตราส่วนเงินของภรรยาต่อเงินของบุตรชาย เป็น 1 : 2 = 2 : 4

อัตราส่วนเงินของภรรยาต่อเงินของบุตรหญิง เป็น 2 : 1

นั่นคือ อัตราส่วนเงินของภรรยาต่อเงินของบุตรชายต่อบุตรหญิงเป็น 2 : 4 : 1

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงเขียนสัดส่วนจากอัตราส่วนต่อไปนี้

$$1.1 \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

$$1.2 \quad \frac{A}{7} = \frac{9}{27}$$

$$1.3 \quad \frac{12}{10} = \frac{B}{5}$$

$$1.4 \quad \frac{5}{4} = \frac{65}{D}$$

2. จงหาค่าตัวแปรจากสัดส่วนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$2.1 \quad \frac{A}{3} = \frac{12}{15}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad A &= \frac{12}{15} \times 3 \\ &= 2.4 \end{aligned}$$

$$2.2 \quad \frac{3}{B} = \frac{21}{28}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad B &= 3 \times \frac{28}{21} \\ &= 4 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 5

1. ขายมะละกอ 3 ผล ราคา 50 บาท ถ้าขาย มะละกอ 15 ผล จะได้เงินเท่าไร

วิธีทำ ขายมะละกอ 3 ผล ราคา 50 บาท

ขายมะละกอ 15 ผล ราคา x บาท

$$\text{จะได้ } \frac{3}{50} = \frac{15}{x}$$

$$x = \frac{15 \times 50}{3}$$

$$x = 250$$

2. กศน.แห่งหนึ่งมีนักศึกษาทั้งหมด 400 คน มีจำนวนนักศึกษาคู่ต่อจำนวนนักศึกษาชาย เป็น 5: 3 จงหาว่า มีนักศึกษาคู่กี่คนและนักศึกษาคู่กี่คน

วิธีทำ กศน. แห่งหนึ่งมีนักศึกษาทั้งหมด 400 คน

มีจำนวนนักศึกษาคู่ต่อจำนวนนักศึกษาชาย เป็น 5: 3

ดังนั้นถ้าแบ่งนักศึกษา กศน.ทั้งหมดออกเป็น $5+3 = 8$ ส่วน

$$\text{จะได้ นักศึกษา กศน. ส่วนละ } = \frac{400}{8} = 50 \text{ คน}$$

$$\text{ฉะนั้น มีนักศึกษาชาย อยู่ 3 ส่วน เป็น } 3 \times 50 = 150 \text{ คน}$$

$$\text{มีนักศึกษาคู่อยู่ 5 ส่วน เป็น } 5 \times 50 = 250 \text{ คน}$$

3. พ่อแบ่งมรดกให้ลูกสองคน โดยอัตราส่วนของส่วนแบ่งของลูกคนโตต่อส่วนแบ่งลูกคนเล็ก เป็น 7: 3 ถ้าลูกคนโตได้เงินมากกว่าลูกคนเล็ก 80,000 บาท จงหาส่วนแบ่งที่แต่ละคนได้รับ

วิธีทำ อัตราส่วนของส่วนแบ่งของลูกคนโตต่อส่วนแบ่งลูกคนเล็ก เป็น 7: 3

ดังนั้น พ่อแบ่งเงินทั้งหมดเป็น 10 ส่วน

ลูกคนโตมีเงินมากกว่าลูกคนเล็ก 4 ส่วน เป็นเงิน 80,000 บาท

$$\text{ดังนั้น เงิน 1 ส่วน เป็นเงิน } \frac{80,000}{4} = 20,000 \text{ บาท}$$

สรุปได้ว่า ลูกคนโตได้รับเงินมรดก 7 ส่วน เป็นเงิน $7 \times 20,000 = 140,000$ บาท

ลูกคนเล็กได้รับเงินมรดก 3 ส่วน เป็นเงิน $3 \times 20,000 = 60,000$ บาท

แบบฝึกหัดที่ 6

- 1.1 90
- 1.2 48
- 1.3 7%
- 1.4 25%
- 1.5 600
- 1.6 0.5

แบบฝึกหัดที่ 7

1. 125 คน

2. 2.1 1,200 คน

2.2 480 คน

3.

วิธีทำ	สินค้าทุกชนิดลดราคา	20 %
	คุณแม่ซื้อเครื่องแก้วแล้วได้ส่วนลด	250 บาท
	ดังนั้นร้านค้าปลีกราคา	$250 \times \frac{100}{20} = 1,250$ บาท

4. วิธีทำ สนามหญ้าแห่งหนึ่งกว้าง 5 เซนติเมตร ยาว 8 เซนติเมตร

มาตราส่วน 1 เซนติเมตร : 50 เมตร

ดังนั้นสนามหญ้าจริงกว้าง 250 เมตร ยาว 400 เมตร

หาพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า จะได้ $250 \times 400 = 100,000$ ตารางเมตร

5. วิธีทำ นกน้อยได้อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 3 ต่อปี แต่ถูกหักภาษีร้อยละ 15 คิดเป็น $\frac{15}{100} \times 3 = 0.45$

เท่ากับดอกเบี้ยที่ถูกหักภาษีแล้ว $3 - 0.45 = 2.55$

นกน้อยฝากเงิน 10,000 บาท สิ้นปีจะได้ดอกเบี้ยที่ถูกหักภาษี ร้อยละ 2.55

คิดเป็น $\frac{2.55}{100} \times 10,000 = 255$ บาท

รวมมีเงินบัญชี $10,000 + 255 = 10,255$ บาทในต้นปีที่สอง

สิ้นปีที่สองจะได้ดอกเบี้ยร้อยละ 2.55 ของเงินฝากปีที่สอง $= \frac{2.55}{100} \times 10,255 = 261.50$ บาท

ครบสองปีจะมีเงินในบัญชี $10,255 + 261.50 = 10,516.50$ บาท

6. วิธีทำ วีระซื้อรถยนต์ ราคา	200,000	บาท
ขายต่อได้กำไร 20% เป็นเงิน	$\frac{20}{100} \times 200,000 = 40,000$	บาท
วีระมีเงินทั้งหมด	240,000	บาท
วีระเอาเงินไปเล่นหุ้นขาดทุน 20% เป็นเงิน	$\frac{20}{100} \times 240,000 = 48,000$	บาท
ดังนั้นวีระเหลือเงิน	$240,000 - 48,000 = 192,000$	บาท

เฉลย บทที่ 5 การวัด

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเติมหน่วยความยาวหรือหน่วยพื้นที่ที่เหมาะสมกับข้อความต่อไปนี้

- 1.1 มิลลิเมตร
- 1.2 เซนติเมตร, เซนติเมตร, มิลลิเมตร
- 1.3 กิโลเมตร
- 1.4 เมตร, เมตร, กิโลเมตร
- 1.5 เซนติเมตร, เซนติเมตร, มิลลิเมตร
- 1.6 ตารางเซนติเมตร
- 1.7 ตารางเมตร
- 1.8 เมตร หรือ วา, ไร่-งาน-ตารางวา, ตารางเมตร
- 1.9 เมตร

2. จงเติมค่าลงในช่องว่างที่กำหนดให้ถูกต้อง

- 2.1 1,600
- 2.2 170,000
- 2.3 7 ไร่ 3 งาน 19 ตารางวา
- 2.4 5
- 2.5 2×10^{10}
- 2.6 2,222
- 2.7 2.9
- 2.8 432
- 2.9 38
- 2.10 1,072 938,000 และ 1,400,000

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1) สวนแห่งหนึ่งมีพื้นที่ 4,800 ตารางเมตร คิดเป็นพื้นที่กี่ไร่

วิธีทำ พื้นที่ 1,600 ตารางเมตร เท่ากับ 1 ไร่

$$\text{พื้นที่ } 4,800 \text{ ตารางเมตร เท่ากับ } \frac{4,800}{1,600} = 3 \text{ ไร่}$$

2) พื้นที่ 25 ตารางฟุต คิดพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

วิธีทำ 1 ฟุต = 30 เซนติเมตร

1 ตารางฟุต = 30 x 30 ตารางเซนติเมตร

25 ตารางฟุต = 30 x 30 x 25 = 22,500 ตารางเซนติเมตร

3) ลุงแดงแบ่งที่ดินให้ลูกชาย 3 คน โดยแบ่งให้ลูกชายคนโตได้ 2 ไร่ ลูกชายคนกลาง 850 ตารางวา และลูกชายคนเล็กได้ 3,000 ตารางเมตร อยากทราบว่าใครได้ส่วนแบ่งที่ดินมากที่สุด

วิธีทำ	คนโตได้ 2 ไร่ คิดเป็น	$2 \times 1,600 = 3,200$	ตารางเมตร
	คนที่สองได้ 850 ตารางวา คิดเป็น	$850 \times 4 = 3,400$	ตารางเมตร
	คนเล็กได้	3,000	ตารางเมตร

แสดงว่า คนกลางได้มากที่สุด

4) พื้นที่ 5,625 ไร่ คิดเป็นพื้นที่ กี่ตารางกิโลเมตร

วิธีทำ	พื้นที่ 625 ไร่	=	1 ตารางกิโลเมตร
	พื้นที่ 5,625 ไร่	=	$\frac{5,625}{625} = 9$ ตารางกิโลเมตร

5) สมเกียรติซื้อโลหะแผ่นชนิดหนึ่ง 3 ตารางเมตร ราคา 456 บาท สมนึกซื้อโลหะแผ่นชนิดเดียวกัน 4 ตารางวา ราคา 567 บาท อยากทราบว่าใครซื้อได้ถูกกว่ากัน ตารางเมตรละกี่บาท (กำหนด 1 หลา = 90 เซนติเมตร)

วิธีทำ	1 หลา	=	90 เซนติเมตร
	1 ตารางหลา	=	90×90 ตารางเซนติเมตร
	4 ตารางหลา	=	$90 \times 90 \times 4$ ตารางเซนติเมตร
	100×100 ตารางเซนติเมตร	=	1 ตารางเมตร
	ดังนั้น $90 \times 90 \times 4$ ตารางเซนติเมตร	=	$\frac{90 \times 90 \times 4}{100 \times 100} = 3.24$ ตารางเมตร

ดังนั้น สมนึกซื้อโลหะแผ่น ราคา 567 บาท คิดเป็นราคาตารางเมตรละ $\frac{567}{3.24} = 175$ บาท

สมเกียรติซื้อโลหะแผ่นราคา 456 บาท คิดเป็นราคาตารางเมตรละ $\frac{456}{3} = 152$ บาท

ดังนั้น สมเกียรติซื้อได้ในราคาที่ถูกลง

แบบฝึกหัด 2

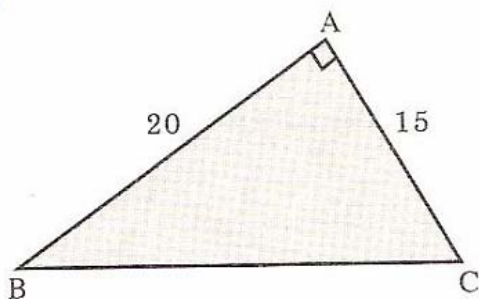
1. จงเติมหน่วยการวัดที่เหมาะสมลงในช่องว่าง

- 2.1 เมตร
- 2.2 มิลลิเมตร
- 2.3 กิโลเมตร
- 2.4 กิโลกรัม
- 2.5 วินาที
- 2.6 องศาเซลเซียส
- 2.7 ไร่ – งาน – ตารางวา
- 2.8 ลูกบาศก์เซนติเมตร หรือ ลิตร
- 2.9 เซนติเมตร
- 2.10 กิโลกรัม

แบบฝึกหัด 3

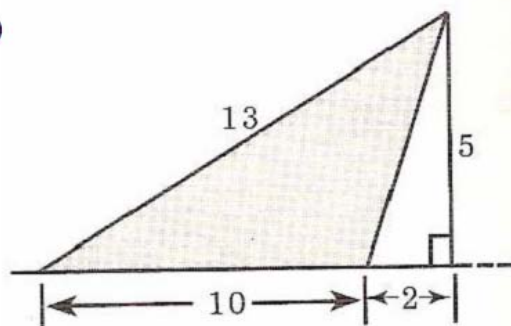
1. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาของรูปต่อไปนี้ ตัวเลขที่เขียนกำกับด้านไว้ถือเป็นความยาวของด้าน และมีหน่วยเป็นหน่วยความยาว

1)



$$1. \frac{1}{2} \times 20 \times 15 = 150 \text{ ตารางหน่วย}$$

2)

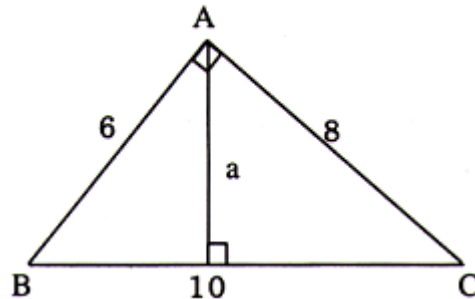


$$2. \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25 \text{ ตารางหน่วย}$$

2. รูปสามเหลี่ยมหนึ่งรูปมีพื้นที่ 90 ตารางเซนติเมตร มีฐานยาว 12 เซนติเมตร จะมีความสูงกี่เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 90 &= \frac{1}{2} \times 12 \times \text{สูง} \\ \text{ความสูง} &= \frac{90 \times 2}{12} = 15 \end{aligned}$$

3. สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม BAC เป็นมุมฉาก และกำหนดความยาวของด้านดังรูป จงหาความยาวของด้าน A



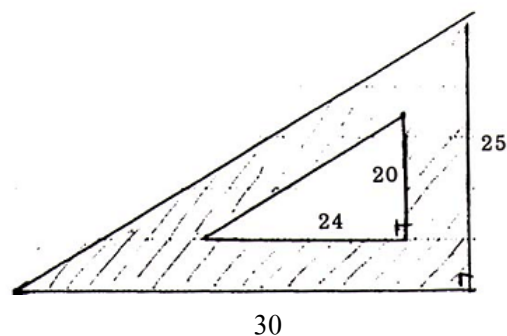
วิธีทำ ABC เมื่อ AB เป็นฐาน พื้นที่สามเหลี่ยมคือ $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ ----- 1

ABC เมื่อ BC เป็นฐาน พื้นที่สามเหลี่ยมคือ $\frac{1}{2} \times 10 \times a$ ----- 2

สมการที่ 1 = สมการที่ 2 จะได้ $\frac{1}{2} \times 10 \times a = 24$

ดังนั้น $a = 4.8$ หน่วย

4. จงหาพื้นที่ของส่วนที่แรเงาของไม้ฉากรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีขนาดตามรูป (ความยาวที่กำหนดมีหน่วยเป็นเซนติเมตร)



วิธีทำ พื้นที่สามเหลี่ยมรูปนอก = $\frac{1}{2} \times 30 \times 25 = 375$ ตารางหน่วย

พื้นที่สามเหลี่ยมรูปใน = $\frac{1}{2} \times 24 \times 20 = 240$ ตารางหน่วย

ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่ากับ $375 - 240 = 135$ ตารางหน่วย

แบบฝึกหัด 4

1.1 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน x ด้าน = $8 \times 8 = 64$ ตารางเซนติเมตร

1.2 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของเส้นทแยงมุม = $\frac{1}{2} (12 \times 12) = 72$ ตาราง

เซนติเมตร

1.3 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง x ยาว = $4 \times 7 = 28$ ตารางเซนติเมตร

1.4 พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน = ฐาน x สูง = $12 \times 8 = 96$ ตารางเมตร

1.5 พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู = $\frac{1}{2} \times$ ผลบวกด้านคู่ขนาน x สูง = $\frac{1}{2} \times (5 + 11) \times 6 = 48$ ตารางเมตร

1.6 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน = $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของเส้นทแยงมุม = $\frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$ ตารางเมตร

1.7 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว = $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของเส้นทแยงมุม = $\frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 40$ ตารางเมตร

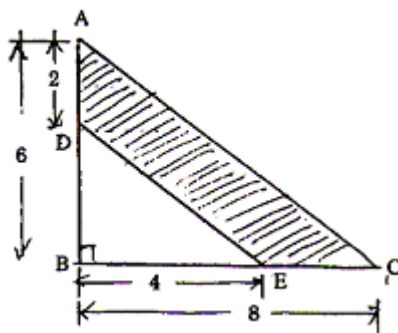
1.8 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว = $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของเส้นทแยงมุม = $\frac{1}{2} \times 7 \times 12 = 42$ ตารางเมตร

1.9 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมใดๆ = $\frac{1}{2} \times$ เส้นทแยงมุม x ผลบวกของเส้นกึ่ง = $\frac{1}{2} \times 10 \times (5 + 7) = 60$

ตารางเมตร

2. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ตัวเลขที่เขียนกำกับไว้ถือว่าเป็นความยาวของด้านและมีหน่วยความยาวเป็นเมตร

1)

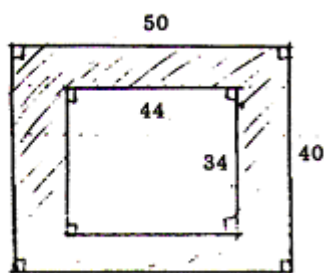


วิธีทำ พื้นที่สามเหลี่ยมรูปเล็ก = $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ ตารางเมตร

พื้นที่สามเหลี่ยมรูปใหญ่ = $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ ตารางเมตร

จะเห็นว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่ากับ $24 - 8 = 16$ ตารางเมตร

2)



วิธีทำ พื้นที่สี่เหลี่ยมรูปใหญ่ = $50 \times 40 = 2,000$ ตารางเมตร

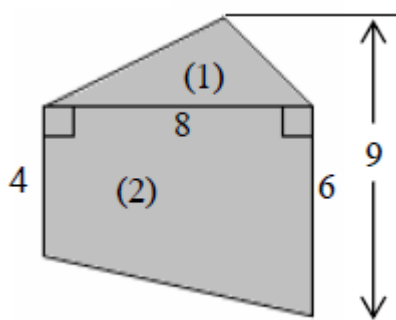
พื้นที่สี่เหลี่ยมรูปเล็ก = $44 \times 34 = 1,496$ ตารางเมตร

จะเห็นว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่ากับ $2,000 - 1,496 = 504$ ตารางเมตร

แบบฝึกหัด 5

1. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ตัวเลขที่เขียนกำกับด้านมีหน่วยเป็นเซนติเมตร และจุด O, Q แทนจุดศูนย์กลางของวงกลม

1.1

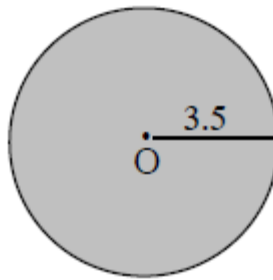


วิธีทำ พื้นที่สามเหลี่ยม รูป 1 = $\frac{1}{2} \times 8 \times 9 = 36$

พื้นที่สี่เหลี่ยม รูป 2 = $\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$

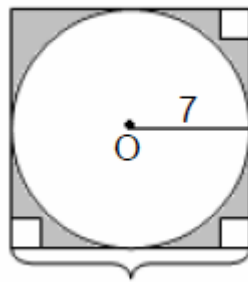
ดังนั้น พื้นที่ที่แรเงาทั้งหมด = $36 + 40 = 76$ ตารางหน่วย

1.2



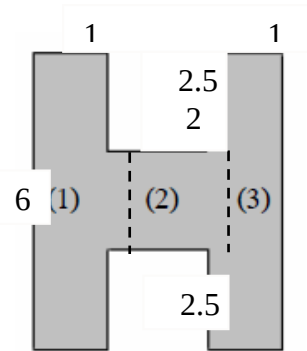
$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \text{พื้นที่วงกลม} &= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \\ \text{พื้นที่ที่แรเงาทั้งหมด} &= 38.5 \quad \text{ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

1.3



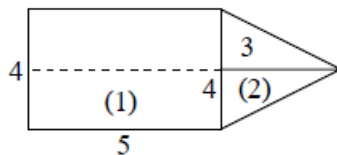
$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \text{พื้นที่วงกลม} &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \\ \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม} &= 14 \times 14 = 196 \\ \text{พื้นที่ที่แรเงาทั้งหมด} &= 196 - 154 = 42 \quad \text{ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

1.4



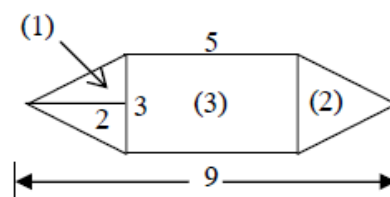
วิธีทำ พื้นที่สามเหลี่ยมรูปที่ 1 = $1 \times 6 = 6$
 พื้นที่สามเหลี่ยมรูปที่ 2 = $2 \times 1 = 2$
 พื้นที่สามเหลี่ยมรูปที่ 3 = $1 \times 6 = 6$
 ดังนั้นพื้นที่รวมทั้งหมด = $6 + 2 + 6 = 14$ ตารางหน่วย

1.5



วิธีทำ พื้นที่สี่เหลี่ยมรูปที่ 1 = $4 \times 5 = 20$
 พื้นที่สามเหลี่ยมรูปที่ 2 = $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$
 ดังนั้น พื้นที่ทั้งหมด = $20 + 6 = 26$ ตารางหน่วย

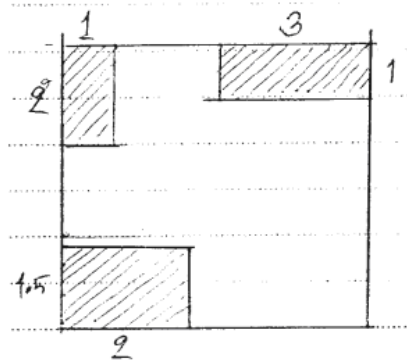
1.6



วิธีทำ พื้นที่สามเหลี่ยมรูปที่ 1 = พื้นที่สามเหลี่ยมรูปที่ 2
 พื้นที่สามเหลี่ยมรูปที่ 1 และรูปที่ 2 = $\left(\frac{1}{2} \times 3 \times 2 \right) \times 2 = 6$
 พื้นที่สี่เหลี่ยมรูปที่ 3 = $5 \times 3 = 15$
 ดังนั้นพื้นที่สี่เหลี่ยมทั้งหมด = $6 + 15 = 21$ ตารางหน่วย

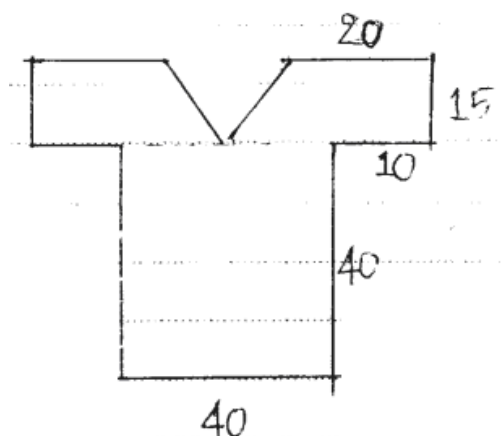
แบบฝึกหัด 6

1. แผนผังบ้านหลังหนึ่งมีลักษณะและขนาดดังรูป ถ้าบริเวณที่แรเงาต้องการเทพูนซีเมนต์ โดยเสียค่าใช้จ่ายตารางเมตรละ 250 บาท จะต้องเสียค่าใช้จ่ายทั้งหมดกี่บาท กำหนดความยาวมีหน่วยเป็นเซนติเมตร



วิธีทำ	พื้นที่สี่เหลี่ยมรูปที่ 1	=	1 x 2	=	2 ตารางเมตร
	พื้นที่สี่เหลี่ยมรูปที่ 2	=	1 x 3	=	3 ตารางเมตร
	พื้นที่สี่เหลี่ยมรูปที่ 3	=	1.5 x 2	=	3 ตารางเมตร
	ดังนั้นพื้นที่ส่วนที่แรเงา	=	2+3+3	=	8 ตารางเมตร
	ต้องการเทพูนซีเมนต์โดยเสียค่าใช้จ่ายตารางเมตรละ				250 บาท
	จะต้องเสียค่าใช้จ่ายทั้งหมด	=	250 x 8	=	2,000 บาท

2. ต้องการตัดเสื้อตัวหนึ่งมีลักษณะดังรูป จะต้องใช้ผ้ากี่ตารางเมตร (ไม่คิดตะเข็บ) ความยาวที่กำหนดมีหน่วยเป็นเซนติเมตร



วิธีทำ พื้นที่สี่เหลี่ยมส่วนแขนเสื้อ ส่วนที่ 1 = $(\frac{1}{2} \times (0.2+0.3) \times 0.15) = 0.0375$ ตารางเมตร
 พื้นที่สี่เหลี่ยมส่วนแขนเสื้อ ส่วนที่ 2 = $(\frac{1}{2} \times (0.2+0.3) \times 0.15) = 0.0375$ ตารางเมตร
 พื้นที่สี่เหลี่ยมส่วนที่เป็นลำตัว = $0.4 \times 0.4 = 0.16$ ตารางเมตร
 พื้นที่ทั้งหมด คือ $0.0375 + 0.0375 + 0.16 = 0.235$
 จะต้องใช้ผ้า 2 ชิ้น จะต้องใช้ผ้าทั้งหมด $0.235 \times 2 = 0.47$ ตารางเมตร

แบบฝึกหัด 7

1. จงคาดคะเนเวลาหรือช่วงเวลาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ต่อไปนี้
 - 1.1 5.00 นาฬิกา
 - 1.2 12.00 นาฬิกา
 - 1.3 หนาว , ธันวาคม
2. จงวงกลมล้อมรอบข้อที่เหมาะสมที่สุด สำหรับใช้หน่วยในการคาดคะเน ระยะทาง น้ำหนัก หรือ ขนาดของสิ่งต่อไปนี้
 - 2.1 ข
 - 2.2 ข
 - 2.3 ก
 - 2.4
 - 2.4.1 ค
 - 2.4.2 ก
 - 2.4.3 ข
 - 2.4.4 ข
 - 2.5
 - 2.5.1 ข
 - 2.5.2 ก
3. ทางหลวงสายพหลโยธินกรุงเทพฯ-แม่สาย ยาว 952 กิโลเมตร รถประจำทางปรับอากาศวิ่งบนทางหลวงสายนี้ตลอดเส้นทางด้วยอัตราเร็ว 80-100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 - 3.1 10 – 12 ชั่วโมง
 - 3.2 4.00 – 6.00
 - 3.3 24.00 – 2.00

4. ลิฟต์ของโรงแรมแห่งหนึ่งบรรทุกผู้โดยสารได้ทีละไม่เกิน 10 คน (600 กิโลกรัม) บางครั้งมีผู้โดยสารเข้าลิฟต์เพียง 8 คน ลิฟต์จะมีเสียงเตือน บางครั้งมีผู้โดยสาร 12 คน ลิฟต์ไม่มีเสียงเตือนยังใช้งานได้เป็นเพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ ถ้าน้ำหนักของคน 8 คน รวมกันเกิน 600 กิโลกรัม

ถ้าน้ำหนักของคน 12 คน รวมกันไม่เกิน 600 กิโลกรัม

5. ทางหลวงสายเพชรเกษม (กรุงเทพฯ-บ้านคลองพราน จังหวัดนราธิวาส) 1,352 กิโลเมตร ทางหลวงสายมิตรภาพ (กรุงเทพฯ-จังหวัดหนองคาย) 508 กิโลเมตร ทางหลวงสายสุขุมวิท (กรุงเทพฯ-จังหวัดตราด) 400 กิโลเมตร

5.1 ระยะทาง $1,352 + 508 = 1,860$ กิโลเมตร

ใช้อัตราเร็ว 90 – 100 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง จะใช้เวลาประมาณ 19 – 22 ชั่วโมง

5.2 ใช้เวลา $\frac{1,352}{100} = 13.52$ ชั่วโมง จะถึงนครราชสีมาเมื่อเวลาประมาณ ติ 2

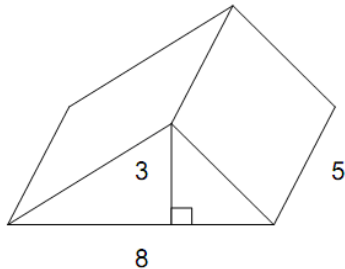
5.3 ใช้เวลา $\frac{400}{80} = 5$ ชั่วโมง

5.4 ทางหลวงเพชรเกษม	ประมาณ	1,400	กิโลเมตร
ทางหลวงมิตรภาพ	ประมาณ	500	กิโลเมตร
ทางหลวงสุขุมวิท	ประมาณ	400	กิโลเมตร

เฉลย บทที่ 6 พื้นที่ผิวและปริมาตร
แบบฝึกหัดที่ 1

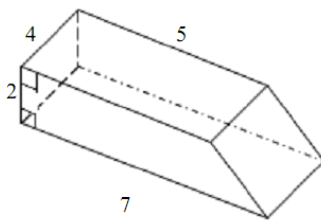
1. จงหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมต่อไปนี้

1)



$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{ปริมาตร} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 3\right) \times 5 = 60 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}\end{aligned}$$

2)



$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{ปริมาตร} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 2\right) \times 4 = 48 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}\end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงหาปริมาตร และพื้นที่ผิวทั้งหมดของทรงกระบอกสูง 10 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{ปริมาตร} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 10 = 1,540 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\ \text{พื้นที่ฐาน} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ \text{พื้นที่ผิวข้าง} &= 2\pi rh \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10 = 440 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

ดังนั้นพื้นที่ผิวทั้งหมด คือ $440 + (154 \times 2) = 748$ ตารางเซนติเมตร

2. จงหาปริมาตรของทรงกระบอกใบหนึ่งที่มีรัศมีของฐาน 3.5 นิ้ว และสูง 5 นิ้ว

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ ปริมาตร} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 5 = 192.5 \text{ ลูกบาศก์นิ้ว}\end{aligned}$$

3. จงหาปริมาตรและพื้นที่ผิวทั้งหมดของถังเก็บน้ำรูปทรงกระบอกใบหนึ่งที่มีรัศมีที่ฐาน 3 เมตร สูง 4 เมตร 90 เซนติเมตร

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ ปริมาตร} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 4.9 = 138.6 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \\ \text{พื้นที่ผิวข้าง} &= 2\pi rh \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 4.9 = 92.4 \text{ ตารางเมตร} \\ \text{พื้นที่ฐานทั้ง 2 ข้าง} &= 2 \times (3.14) \times 3 \times 3 = 56.52 \text{ ตารางเมตร} \\ \text{ดังนั้นพื้นที่ผิวทั้งหมด} &= 92.4 + 56.52 = 148.92 \text{ ตารางเมตร}\end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงหาปริมาตรและพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดที่สูง 6 เซนติเมตร ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ขาว ด้านละ 16 เซนติเมตร

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ หาสูงเอียง จากสูตร} \quad c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 8^2 + 6^2 \\ C &= 10 \\ \text{พื้นที่ฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส} &= 16 \times 16 = 256 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ \text{ปริมาตรพีระมิด} &= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{3} \times 256 \times 6 = 512 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ \text{พื้นที่ผิวเอียง} &= \frac{1}{2} \times (4 \times 16) \times 10 = 320 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ \text{ดังนั้นพื้นที่ผิวทั้งหมด} &= 256 + 320 = 576 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

2. จงหาพื้นที่ผิวเอียงของพีระมิดฐานรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่า ยาวด้านละ 4 เซนติเมตร สูงเอียง 7.5 เซนติเมตร

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{พื้นที่ผิวเอียง} &= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{สูงเอียง} \\
 &= \frac{1}{2} \times (4 \times 6) \times 7.5 \\
 &= 2 \times 6 \times 7.5 = 90 \quad \text{ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงหาปริมาตร และพื้นที่ผิวทั้งหมดของกรวยกลมที่สูง 24 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร

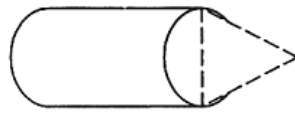
$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{ปริมาตร} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 \\
 &= 1,232 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{สูงเอียง} &= A^2 = 24^2 + 7^2 = 625 \\
 A &= 25 \\
 \text{พื้นที่ฐาน} &= \pi r^2 \\
 &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \quad \text{ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{พื้นที่ผิวเอียง} &= \pi r l \\
 &= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \quad \text{ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{ดังนั้นพื้นที่ผิวทั้งหมด} &= 154 + 550 = 704 \quad \text{ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

2. จงหาปริมาตรและพื้นที่ผิวทั้งหมดของกรวยกลมที่สูงเอียง 5 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 เซนติเมตร (ตอบในรูป π)

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{หาสูงตรง} \quad c^2 &= a^2 + b^2 \\
 a^2 &= 5^2 - 4^2 \\
 a &= 3 \\
 \text{ปริมาตร} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{3} \pi 4^2 \times 3 = 16 \pi \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{พื้นที่ผิวเอียง} &= \pi r l \\
 &= \pi (4)(5) = 20 \pi \text{ ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{พื้นที่ฐาน} &= \pi r^2 \\
 &= \pi 4^2 = 16 \pi \text{ ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{พื้นที่ผิวทั้งหมด} &= 20 \pi + 16 \pi = 36 \pi \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

3. จงหาปริมาตรจรวดทรงกระบอกมีปลายเป็นกรวย มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร ความยาวทรงกระบอก 30 เซนติเมตร ความสูงยอดกรวย 12 เซนติเมตร



$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ ปริมาตรทรงกระบอก} &= \pi r^2 h \\
 &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 30 = 4,620 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{ปริมาตรทรงกรวย} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 12 = 616 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{ปริมาตรทั้งหมด} &= 4,620 + 616 = 5,236 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 5

1. จงหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของทรงกลมซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ ปริมาตรทรงกลม} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\
 &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 = 1,437.3 \text{ ลูกบาศก์}
 \end{aligned}$$

เซนติเมตร

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ผิวทรงกลม} &= 4 \pi r^2 \\
 &= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 616 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

2. ทรงกลมมีปริมาตร 38,808 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหารัศมีและพื้นที่ผิว

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ ปริมาตรทรงกลม} &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\
 38,808 &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 \\
 r^3 &= \frac{38,808 \times 3 \times 7}{4 \times 22} \\
 r &= 21 \text{ เซนติเมตร} \\
 \text{พื้นที่ผิวทรงกลม} &= 4\pi r^2 \\
 &= 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 5,544 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

3. ทรงกลมมีพื้นที่ผิว 616 ตารางนิ้ว จงหาปริมาตรของทรงกลม

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ พื้นที่ผิวทรงกลม} &= 4\pi r^2 \\
 616 &= 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 \\
 r^2 &= 616 \times \frac{1}{4} \times \frac{7}{22} \\
 r &= 7 \text{ เซนติเมตร} \\
 \text{ปริมาตรทรงกลม} &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\
 &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 \\
 &= 1,437.33 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

4. โลหะกลมลูกหนึ่ง รัศมีภายนอก 21 เซนติเมตร รัศมีภายใน 7 เซนติเมตร จงหาปริมาตรเนื้อโลหะ

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ ปริมาตรทรงกลมรูปนอก} &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\
 &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21 \\
 &= 38,808 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{ปริมาตรทรงกลมรูปใน} &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\
 &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 \\
 &= 1,437.33 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{ดังนั้นปริมาตรเนื้อโลหะ} &= 38,808 - 1,437.33 = 37,370.67
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 6

1. สระแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก้นสระกว้าง 5 วา ลึก 3 เมตร ยาว 15 เมตร ถ้าใช้เครื่องสูบน้ำออกจากสระได้นาทีละ 9,000 ลิตร จะต้องใช้เวลาสูบน้ำเท่าไร

วิธีทำ ปริมาตรสระน้ำ	=	กว้าง x ยาว x ลึก
	=	10 x 15 x 3 ลูกบาศก์เมตร
	=	450 ลูกบาศก์เมตร
1 ลูกบาศก์เมตร	=	1,000,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร
	=	450 x 1,000,000
	=	450,000,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร
1 ลิตร	=	1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร
	=	$\frac{450,000,000}{1,000} = 450,000$ ลิตร
สูบน้ำออกจากสระได้นาทีละ	=	9,000 ลิตร
ต้องใช้เวลาสูบน้ำ	=	$\frac{450,000}{9,000} = 50$ นาที

2. อ่างเลี้ยงปลาทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 90 เซนติเมตร ยาว 1.2 เมตร จุน้ำ 540 ลิตร ต้องการปูกระเบื้องภายในอ่างด้วยแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 10 เซนติเมตร ต้องใช้กระเบื้องอย่างน้อยที่สุดเท่าไร

วิธีทำ อ่างเลี้ยงปลาจุน้ำ 540 ลิตร	คิดเป็น	540 x 1,000 = 540,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร
หาความลึกอ่างเลี้ยงปลาจาก	540,000 =	90 x 120 x ลึก
	ความลึก =	$\frac{540,000}{90 \times 120} = 50$ เซนติเมตร
หาพื้นที่อ่างเลี้ยงปลาด้านที่ 1	=	50 x 90 = 4,500 ตารางเซนติเมตร
หาพื้นที่อ่างเลี้ยงปลาด้านที่ 2	=	50 x 90 = 4,500 ตารางเซนติเมตร
หาพื้นที่อ่างเลี้ยงปลาด้านที่ 3	=	50 x 120 = 6,000 ตารางเซนติเมตร
หาพื้นที่อ่างเลี้ยงปลาด้านที่ 4	=	50 x 120 = 6,000 ตารางเซนติเมตร
หาพื้นที่อ่างเลี้ยงปลาด้านที่ 5	=	90 x 120 = 10,800 ตารางเซนติเมตร
หาพื้นที่อ่างเลี้ยงปลาด้านที่ 6	=	90 x 120 = 10,800 ตารางเซนติเมตร
ดังนั้นพื้นที่อ่างเลี้ยงปลาทั้งหมด	=	4,500 + 4,500 + 6,000 + 6,000 +
		10,800 + 10,800 = 42,600 ตารางเซนติเมตร
หาพื้นที่กระเบื้อง	=	10 x 10 = 100 ตารางเซนติเมตร
ดังนั้นต้องใช้กระเบื้อง	=	$\frac{42,600}{100} = 426$ แผ่น

3. น้ำยาบ้วนปากขวดหนึ่งปริมาตรสุทธิ 700 มิลลิลิตร ใช้บ้วนปากครั้งละ 10 มิลลิลิตร วันละ 2 ครั้ง จะใช้ได้กี่วัน

$$\begin{array}{llll}
 \text{วิธีทำ} & \text{น้ำยาบ้วนปากขวดหนึ่งปริมาตรสุทธิ} & 700 & \text{มิลลิลิตร} \\
 & \text{ใช้น้ำยาบ้วนปาก ครั้งละ 10 มิลลิลิตร วันละ 2 ครั้ง} & = & 10 \times 2 = 20 \text{ มิลลิลิตร} \\
 & \text{จะใช้ได้ทั้งหมด} & = & \frac{700}{20} = 35 \text{ วัน}
 \end{array}$$

4. ถังน้ำทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ 2 เมตร จุน้ำได้กี่ลิตร

$$\begin{array}{llll}
 \text{วิธีทำ} & \text{ถังน้ำทรงลูกบาศก์ มีความจุ} & = 2 \times 2 \times 2 & = 8 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \\
 & \text{คิดเป็น} & = 8 \times 1,000,000 & = 8,000,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 & \text{จุน้ำได้} & = \frac{8,000,000}{1,000} & = 8,000 \text{ ลิตร}
 \end{array}$$

5. ถังทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากภายในกว้าง 90 เซนติเมตร ยาว 1.50 เมตร สูง 1.20 เมตร บรรจุน้ำเต็มถัง ถ้าต้องการตวงน้ำมันจากถังใส่แกลอนซึ่งมีความจุ 4.5 ลิตร จะได้น้ำทั้งหมดกี่แกลอน

$$\begin{array}{llll}
 \text{วิธีทำ} & \text{ถังทรงสี่เหลี่ยมมีปริมาตร} & = & 90 \times 150 \times 120 \\
 & & = & 1,620,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 & \text{สามารถจุน้ำได้} & = & \frac{1,620,000}{1,000} \\
 & & = & 1,620 \text{ ลิตร} \\
 & \text{และแกลอน 1 ใบสามารถจุน้ำได้} & = & 4.5 \text{ ลิตร} \\
 & \text{ดังนั้น น้ำ 1,620 ลิตร สามารถจุน้ำได้} & = & \frac{1,620}{4.5} = 360 \text{ แกลอน}
 \end{array}$$

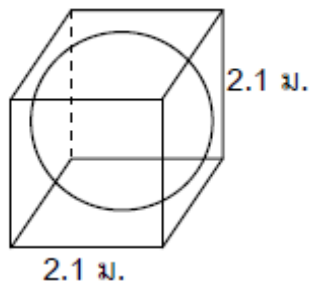
แบบฝึกหัดที่ 7

1. ถังเก็บน้ำมันของปั๊มแห่งหนึ่งเป็นรูปทรงกลม มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 7 เมตร ต้องการทาสีครึ่งทรงกลมบน โดยเสียค่าทาสีตารางเมตรละ 40 บาท ต้องเสียค่าทาสีกี่บาท

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{พื้นที่ผิวทรงกลม} &= 4\pi r^2 \\
 \text{พื้นที่ผิวครึ่งทรงกลม} &= \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \\
 &= 77 \text{ ตารางเมตร} \\
 \text{เสียค่าทาสีตารางเมตรละ} &= 40 \text{ บาท} \\
 \text{จะเสียค่าทาสี} &= 77 \times 40 \\
 &= 3,080 \text{ บาท}
 \end{aligned}$$

2. หินอ่อนทรงลูกบาศก์มีขนาดด้านละ 2.1 เมตร ถ้าต้องการกลึงให้เป็นรูปทรงกลมให้มีความเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับความยาวของด้านลูกบาศก์ จะหาว่าจะต้องกลึงหินออกไปปริมาตรเท่าใด

วิธีทำ



$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรลูกบาศก์} &= \text{ด้าน}^3 \\
 &= 2.1 \times 2.1 \times 2.1 = 9.261 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \\
 \text{ปริมาตรทรงกลม} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\
 &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{2.1}{2}\right) \times \left(\frac{2.1}{2}\right) \times \left(\frac{2.1}{2}\right) \\
 &= 4.851 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \\
 \text{จะต้องกลึงออก} &= 9.261 - 4.851 \\
 &= 4.41 \text{ ลูกบาศก์เมตร}
 \end{aligned}$$

3. นำแท่งตะกั่วทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 8 นิ้ว ยาว 11 นิ้ว หนา 5 นิ้ว ไปหลอมเป็นลูกป็นทรงกลมขนาดรัศมี 1 นิ้ว จะหลอมได้ที่ลูก

วิธีทำ ปริมาตรของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

$$= 8 \times 11 \times 5$$

$$= 440 \text{ ลูกบาศก์นิ้ว}$$

ปริมาตรลูกป็นทรงกลม 1 ลูก

$$= \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (1)^3$$

$$= \frac{88}{21} \text{ ลูกบาศก์นิ้ว}$$

จำนวนลูกป็นที่ได้

$$= 440 \div \frac{88}{21}$$

$$= 440 \times \frac{21}{88}$$

$$= 105 \text{ ลูก}$$

เฉลยบทที่ 7 เรื่องคู่อันดับและกราฟ

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเขียนคู่อันดับจากแผนภาพที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.1 $(1,-1), (2,-2), (3,-3), (4,-4)$

1.2 $(1,c), (2,b), (3,a), (4,d)$

1.3 $(1,0), (2,-1), (3,-2), (4,-3), (5,-4)$

2. จงหาค่า x และ y จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

2.1 $x = 4$, $y = 3$

2.2 $x = y$, $y = 2$

2.3 $x = 6$, $y = 0$

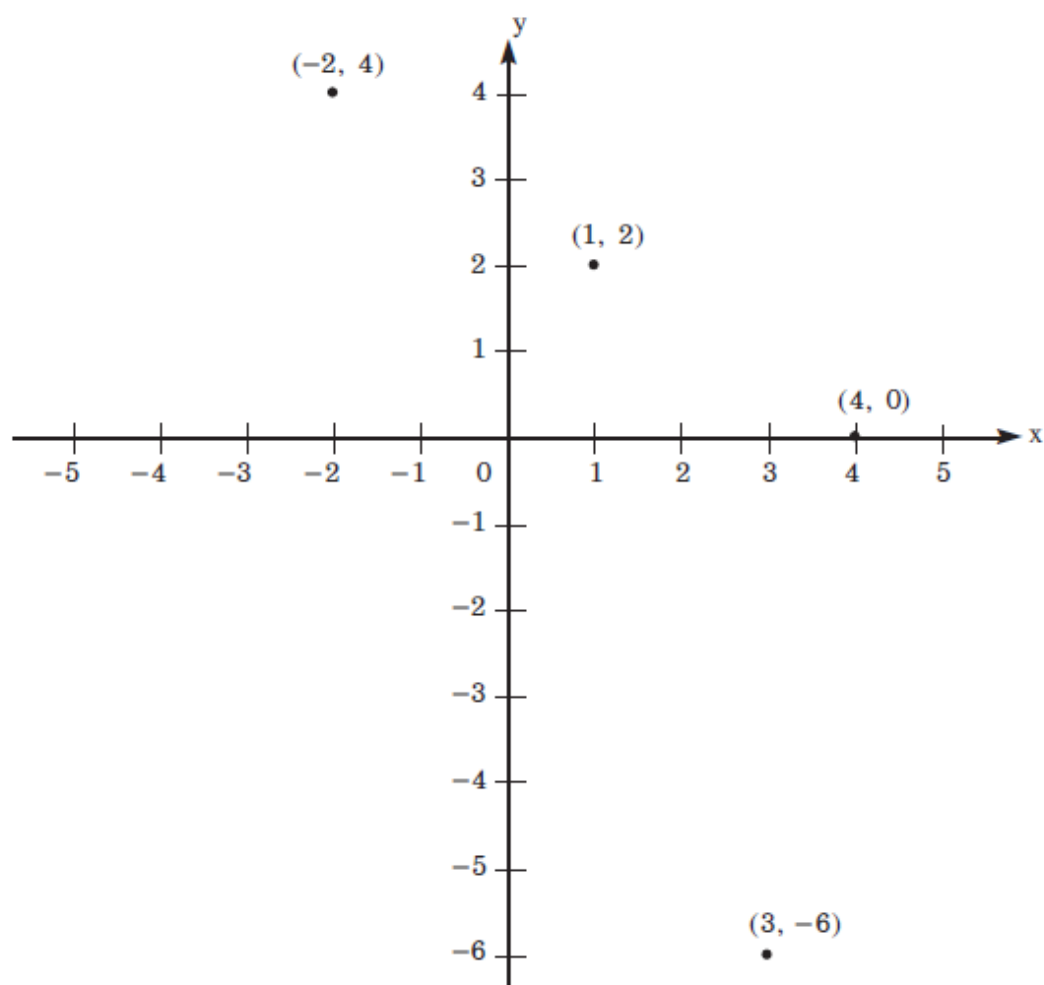
2.4 $x = 4$, $y = 4$

แบบฝึกหัดที่ 2

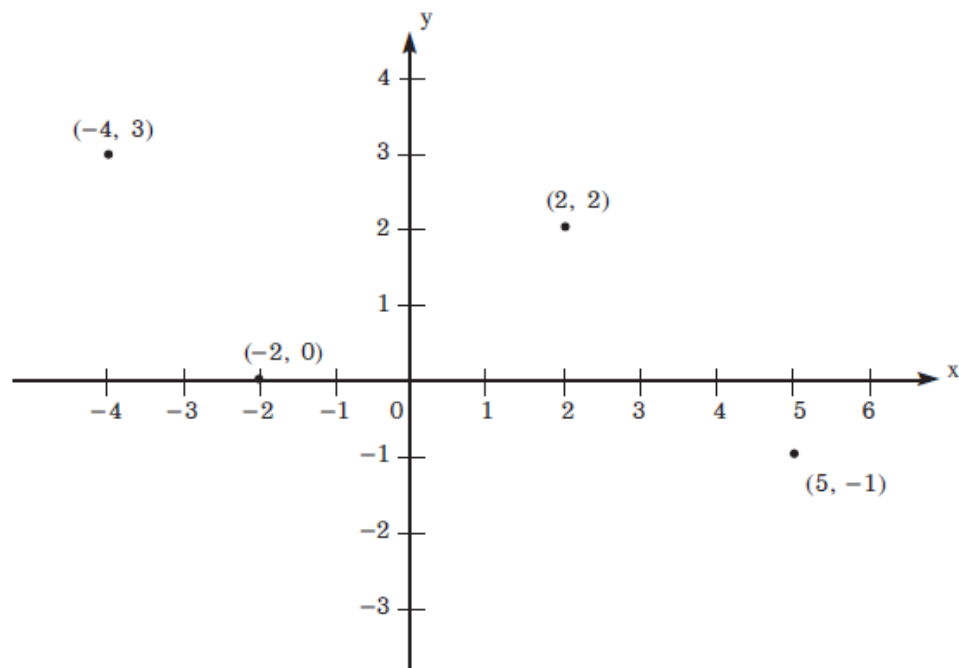
1.1 $A = (1,3)$ $B = (-1,2)$ $C = (-4, -2)$ $D = (1,-1)$

1.2 $A = (0,2)$ $B = (-3,1)$ $C = (4, 0)$ $D = (3,-4)$

2.1

 $(1, 2), (-2, 4), (3, -6), (4, 0)$ 

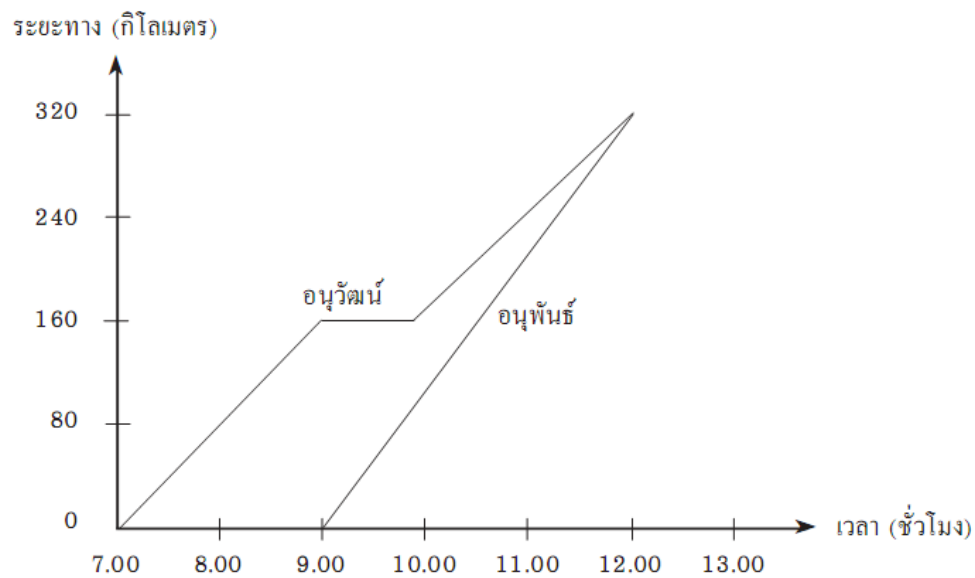
$(5, -1), (2, 2), (-4, 3), (-2, 0)$



2.2

แบบฝึกหัดที่ 3

กราฟข้างล่างแสดงการเดินทางของอนุวัฒน์และอนุพันธ์



3.1 2 ชั่วโมง

3.2 3 ชั่วโมง

3.3 320 กิโลเมตร

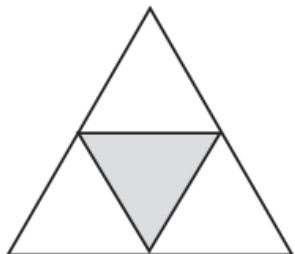
3.4 2 ชั่วโมง

3.5 160 กิโลเมตร

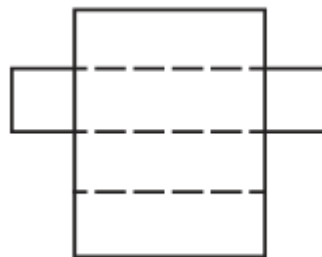
เฉลย บทที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

แบบฝึกหัดที่ 1

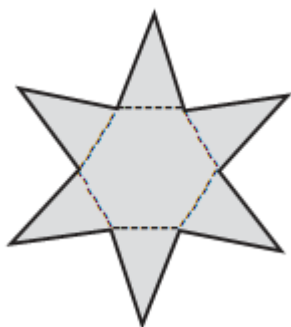
1. จงบอกชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีรูปคลี่ดังต่อไปนี้



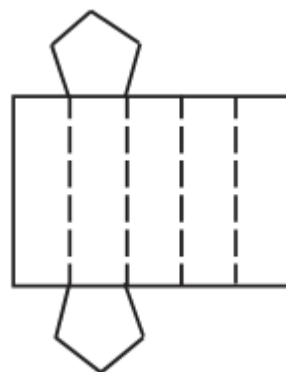
1. พีระมิดฐานสามเหลี่ยม



2. ปริซึมสี่เหลี่ยม หรือทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

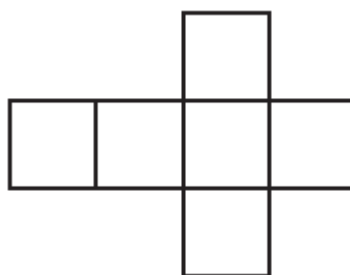
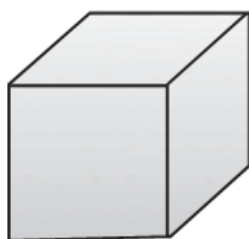


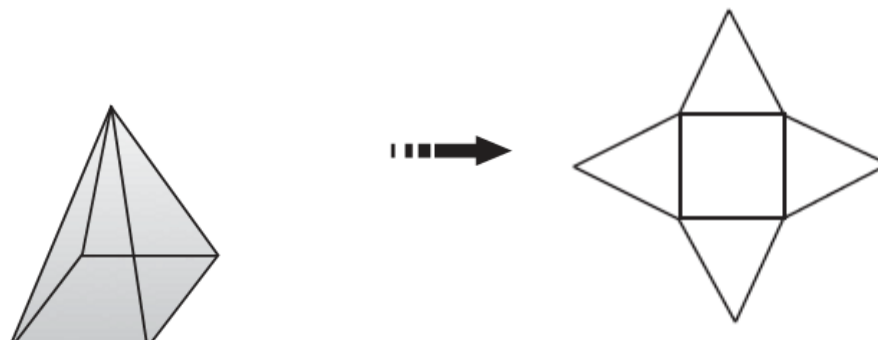
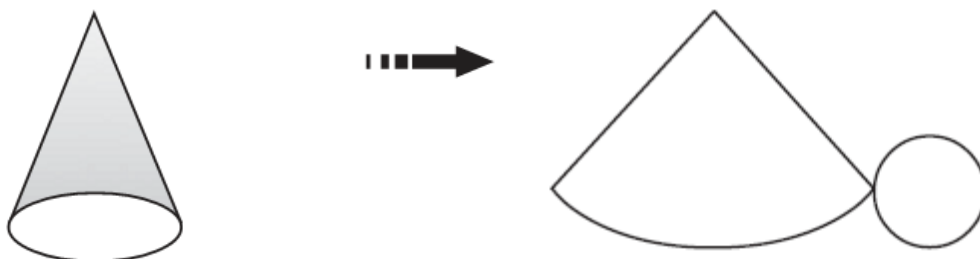
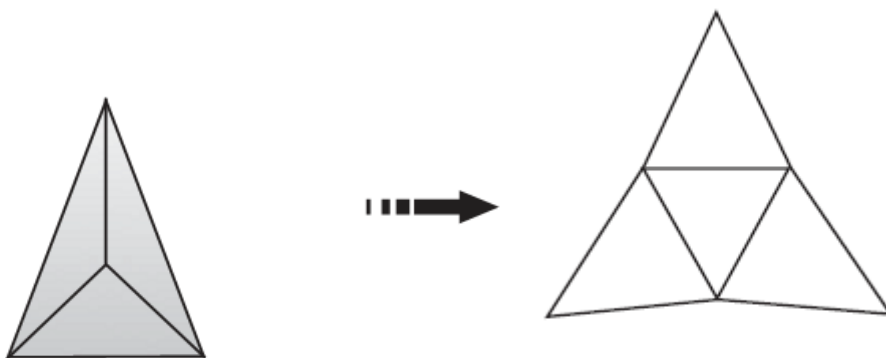
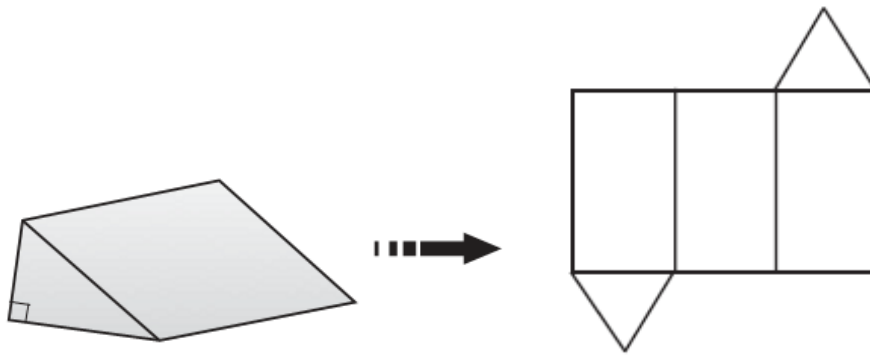
3. พีระมิดฐานหกเหลี่ยม



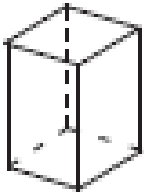
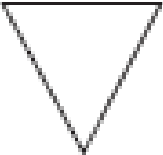
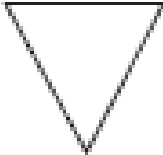
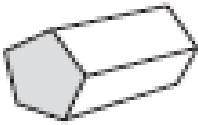
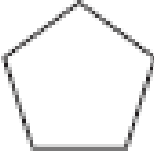
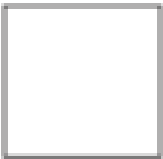
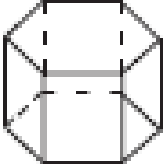
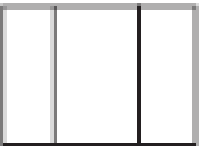
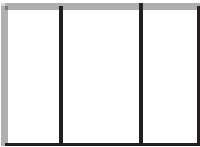
4. ปริซึมห้าเหลี่ยม

2. จงเขียนรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติในแต่ละข้อต่อไปนี้





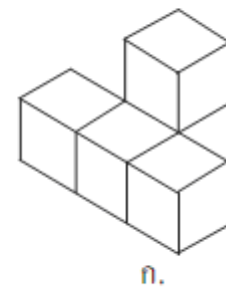
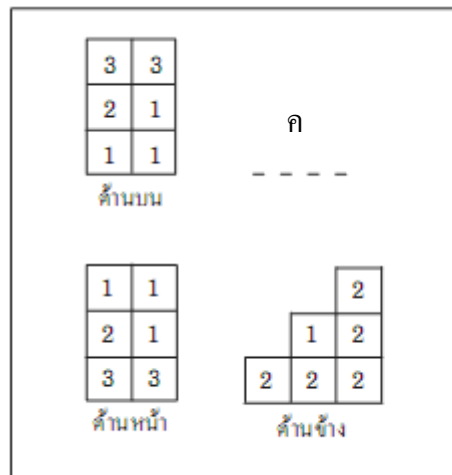
แบบฝึกหัดที่ 2

ภาพสามมิติ	ภาพด้านหน้า	ภาพด้านบน	ภาพด้านข้าง
			
			
			
			
			

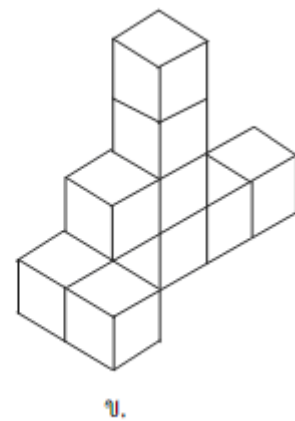
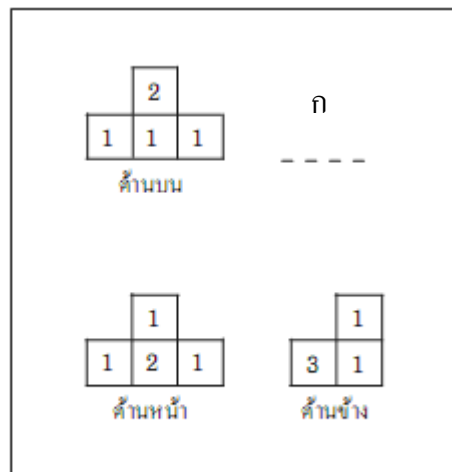
แบบฝึกหัดที่ 3

จงจับคู่ภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน ในแต่ละข้อต่อไปนี้กับรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ทางขวามือ โดยเลือกตัวอักษรที่กำหนดไว้ในรูปเรขาคณิตสามมิติ เขียนเติมลงในช่องว่างบนขวาของแต่ละข้อ

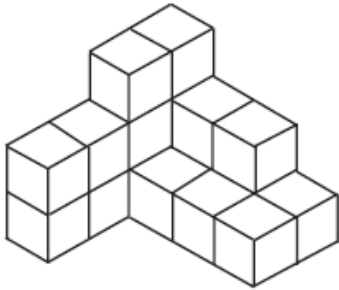
1)



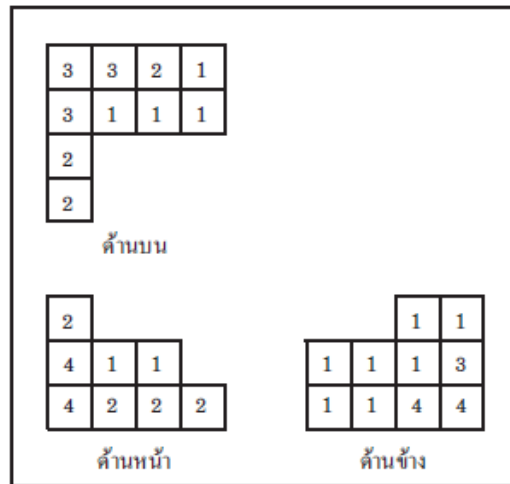
2)



2. จงเขียนภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้ในตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส



ตอบ



เฉลย บทที่ 9 สถิติ

แบบฝึกหัดที่ 1

ข้อที่	ข้อความ	ข้อมูลสถิติ	
		เป็น	ไม่เป็น
1	แดงสูง 163 เซนติเมตร		✓
2	นางสาววิภาวีมีส่วนสัดเป็น 35-24-36		✓
3	น้ำหนักของนักเรียนทุกคนที่เรียนชุดการเรียนรู้ทางไกล	✓	
4	อุณหภูมิที่จังหวัดปทุมธานีวันนี้วัดได้ 25 องศาเซลเซียส		✓
5	สมศรีได้คะแนน 15 คะแนน		✓
6	ในการโยนเหรียญ 10 ครั้ง เกิดหัว 6 ครั้ง เกิดก้อย 4 ครั้ง ได้ อัตราส่วนที่จะเกิดหัว $\frac{6}{10}$	✓	
7	อาจารย์สุภราเงินเดือน 23,000 บาท		✓
8	ความสูงเฉลี่ยของประชาชนที่เป็นชาย 162 เซนติเมตร	✓	
9	คน 6 คน เป็นชาย 4 คน เป็นหญิง 2 คน ที่อยู่ในบ้านวิชัย		✓
10	จำนวนคดีอาชญากรรมในปี 2551 ซึ่งรวบรวมมาจากบันทึกคดี อาชญากรรมแต่ละวันในแต่ละสถานีตำรวจ	✓	

2. ให้ผู้เรียนพิจารณาข้อมูลในแต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็น

ข้อที่	ข้อความ	ข้อมูลสถิติ	
		ข้อมูล คุณภาพ	ข้อมูล ปริมาณ
1	สถิติคนไข้แยกตามเชื้อโรคของโรงพยาบาลแห่งหนึ่ง	✓	
2	จำนวนครั้งของการโทรศัพท์ทางไกลจากแต่ละเครื่องใน สำนักงาน 10 เครื่อง ในวันหนึ่ง		✓
3	ผู้จัดการถูกสัมภาษณ์ถึงจำนวนเปอร์เซ็นต์ของเวลาทำงานที่ใช้ใน การประชุม		✓
4	เครื่องสำอางโดยเฉพาะสีของสีทาปาก ซึ่งแต่ละบริษัทใน 10 บริษัท ได้ระบุว่ามียอดขายมากที่สุด	✓	

3. ให้ผู้เรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้ แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างตามความคิดเห็นของผู้เรียนว่าเป็นข้อมูลปฐมภูมิ หรือทุติยภูมิ

3.1 ทุติยภูมิ

3.2 ปฐมภูมิ

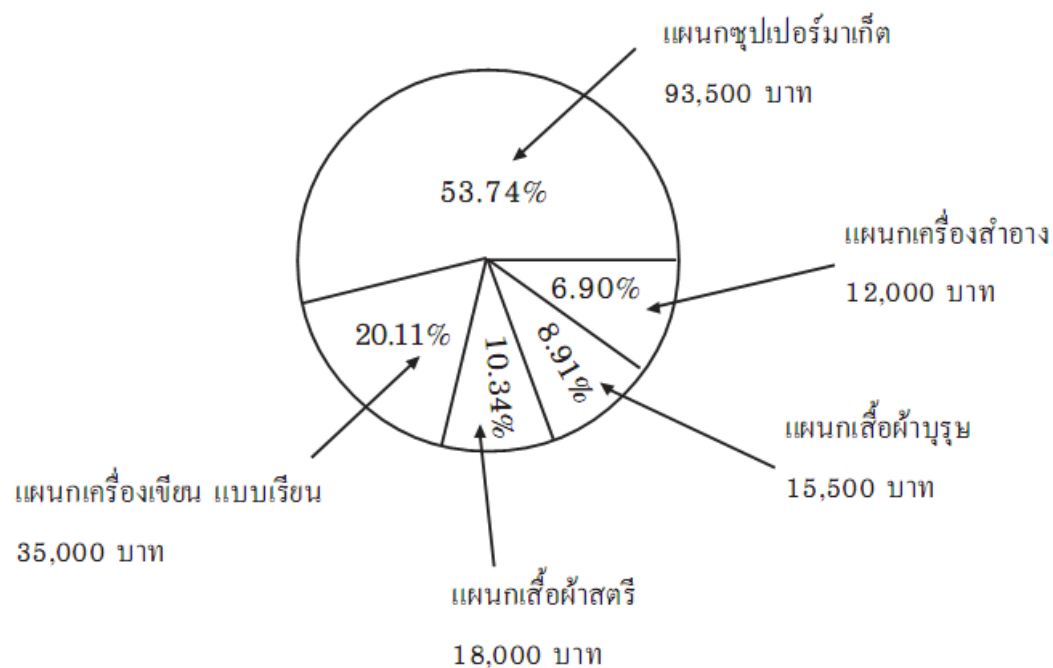
3.3 ทุติยภูมิ

3.4 ปฐมภูมิ

3.5 ทุติยภูมิ

แบบฝึกหัดที่ 2

1. แผนภูมิรูปวงกลมแสดงรายได้ของห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งโดยเฉลี่ยต่อวัน จำแนกตามแผนกต่างๆ



1.1 น้อยกว่า 0.86 %

1.2 รายได้จากแผนกเครื่องสำอางน้อยที่สุด คิดเป็น 12.87% ของรายได้จากแผนกที่รายได้มากที่สุด

1.3 51.43%

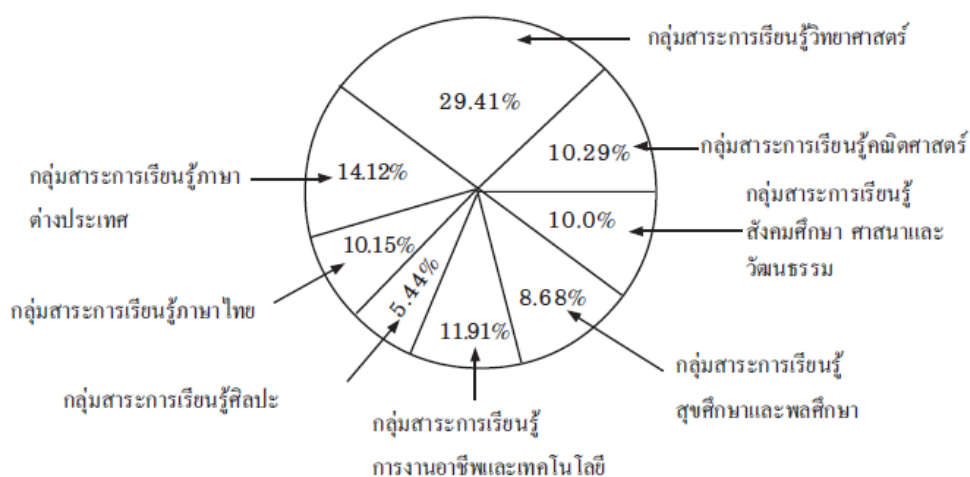
1.4 แผนกเครื่องเขียนแบบเรียน คิดเป็น 20.11% ของรายได้ทั้งหมด

2. จากการสอบถามงบประมาณของแต่ละกลุ่มสาระการเรียนรู้ได้มาจากการจัดสรรงบประมาณของทางโรงเรียน เป็นดังนี้

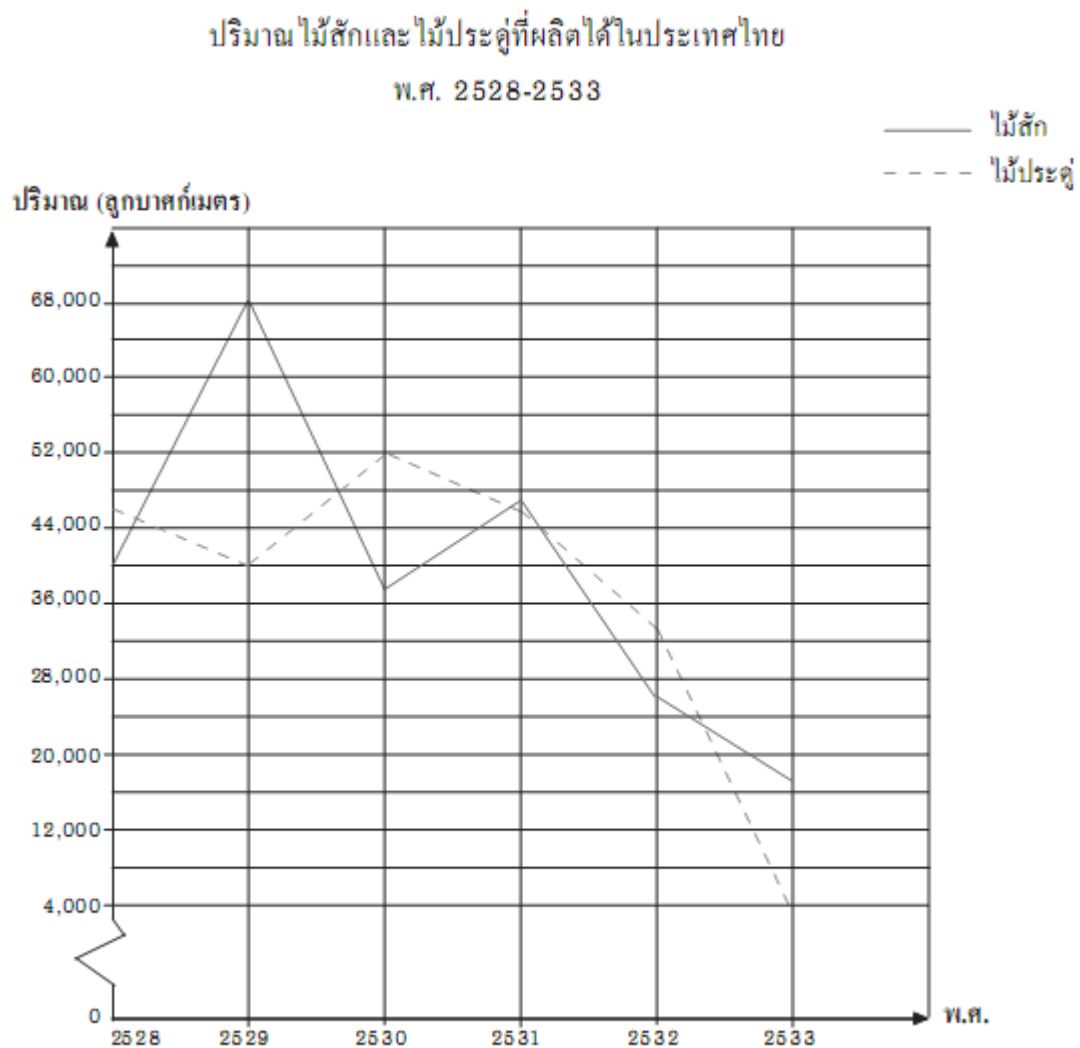
กลุ่มสาระการเรียนรู้	งบประมาณ (บาท)	จำนวนเปอร์เซ็นต์	ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง ของรูปวงกลม (องศา)
คณิตศาสตร์	35,000	$\frac{35,000}{340,000} \times 100 = 10.29$	$\frac{35,000}{340,000} \times 360 = 37.06$
วิทยาศาสตร์	100,000	29.41	105.88
ภาษาต่างประเทศ	48,000	14.12	50.82
ภาษาไทย	34,500	10.15	36.53
ศิลปะ	18,500	5.44	19.59
การงานอาชีพและเทคโนโลยี	40,500	11.91	42.83
สุขศึกษาและพลศึกษา	29,500	8.68	31.24
สังคมศึกษา ศาสนา และ วัฒนธรรม	34,000	10.00	36.0

3. จงเขียนแผนภูมิรูปวงกลมโดยใช้จำนวนเปอร์เซ็นต์และขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของรูปวงกลมที่คำนวณได้จากตารางข้างต้น

แผนภูมิรูปวงกลมแสดงงบประมาณของกลุ่มสาระต่าง ๆ



4. ให้ผู้เรียนพิจารณากราฟเส้นต่อไปนี้



ที่มา : สมุดสถิติรายปีประเทศไทย 2532 และ 2534 (ฉบับย่อ)

4.1 พ.ศ. 2529 , พ.ศ. 2531 , พ.ศ. 2533

4.2 พ.ศ. 2529 แตกต่างกันประมาณ 28,000 ลูกบาศก์เมตร

4.3 ปริมาณไม้สักและไม้ประดู่ที่ผลิต จะลดลงเรื่อยๆ แต่ปริมาณไม้ประดู่จะมีการเปลี่ยนแปลงมากกว่า

4.4 ไม้สักผลิตได้ $\frac{26,000}{34,000} \times 100 = 76.47\%$ ของไม้ประดู่

4.5 ปีที่ผลิตได้มากที่สุด คือ พ.ศ. 2530 คือ 52,000 ลูกบาศก์เมตร

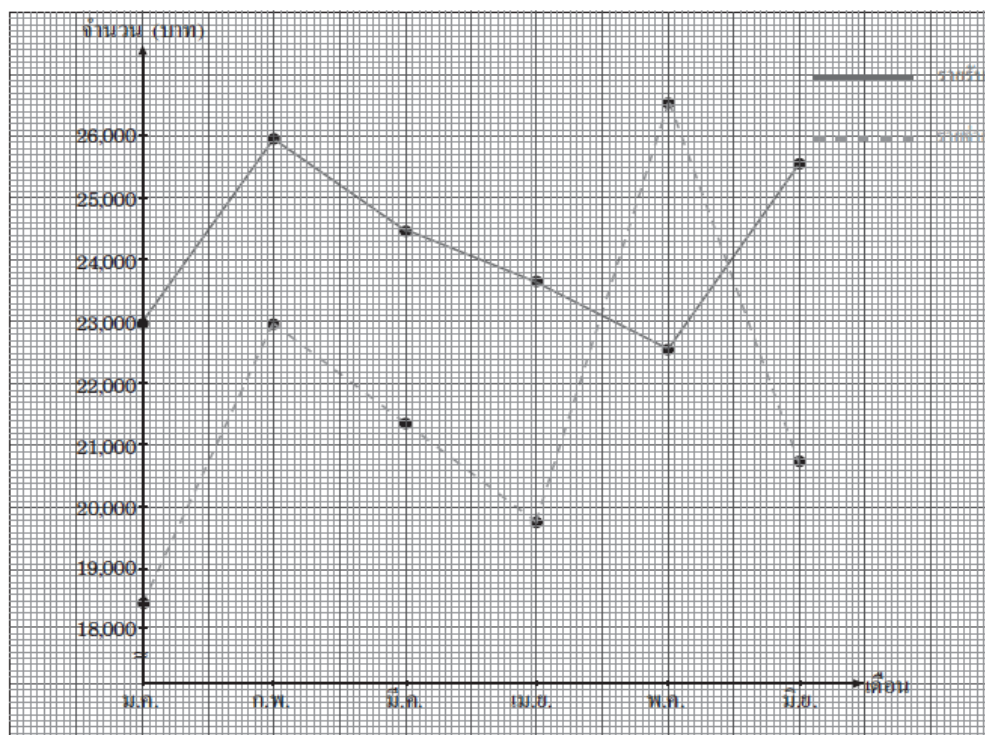
ปีที่ผลิตได้น้อยสุด คือ พ.ศ. 2533 คือ 5,000 ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น ทั้งสองปีนี้ต่างกันอยู่ $52,000 - 5,000 = 47,000$ ลูกบาศก์เมตร

5. ตารางแสดงรายรับ – รายจ่ายของนาย ก ในรอบ 6 เดือนแรกของปี พ.ศ. 2546 เป็นดังนี้

เดือน	มกราคม	กุมภาพันธ์	มีนาคม	เมษายน	พฤษภาคม	มิถุนายน
รายรับ (บาท)	23,000	26,000	24,500	23,800	22,500	25,600
รายจ่าย (บาท)	18,500	23,000	21,400	19,800	26,500	20,700

จากรายงานนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น ได้ดังนี้



แบบฝึกหัดที่ 3

1. จากข้อมูล 2, 6, 1, 5, 13, 6, 16 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยนิยม และมัธยฐาน

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = 7$$

$$\text{มัธยฐาน} = 4$$

$$\text{ร้อยละ} = 6$$

2. จากข้อมูล 24, 16, 18, 36, 7, 28, 6, 36, 12 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยนิยม และมัธยฐาน

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = 20.33$$

$$\text{มัธยฐาน} = 18$$

$$\text{ร้อยละ} = 36$$

3. จากข้อมูล 10.1, 13.8, 15.6, 4.5, 18.6, 8.4 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยนิยม และมัธยฐาน

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = 11.83$$

$$\text{มัธยฐาน} = 11.95$$

$$\text{ร้อยละ} = -$$

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จากตารางให้นักเรียนหาความถี่สะสม โดยเติมลงในช่องความถี่สะสม

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวน (คน)	ความถี่สะสม
42	4	
43	7	
44	10	
45	15	
46	6	
47	8	
รวม	50	

มัธยฐาน = 45

ฐานนิยม = 45

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ 44.72

3. ต่อไปนี้เป็นตารางแจกแจงความถี่ของน้ำหนัก (หน่วยเป็นกิโลกรัม) ของนักเรียน 60 คน
หาความถี่สะสมได้ดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	ความถี่	ความถี่สะสม
20-24	1	1
25-29	2	3
30-34	9	12
35-39	11	23
40-44	13	36
45-49	8	44
50-54	7	51
55-59	6	57
60-64	3	60
รวม	60	

2) ฐานนิยมของน้ำหนักอยู่ในช่วงใด **ตอบ** 40 -44

3) โดยส่วนใหญุ่่่นักเรียนหนักอยู่ในช่วงใด **ตอบ** 40 -44

4). ถ้าเรียงน้ำหนักน้อยที่สุดไปยังน้ำหนักมากที่สุด จงหาตำแหน่งของมัธยฐาน

ตอบ มัธยฐานอยู่ระหว่างน้ำหนักของคนที 30 และ 31

5) นักเรียนคิดว่ามัธยฐานของน้ำหนักอยู่ในช่วงใด **ตอบ** 40 -44

6) หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ให้นักเรียนเติมค่าต่างๆ ลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จุดกึ่งกลางชั้น	ความถี่	จุดกึ่งกลางชั้น × ความถี่
20-24		1	
25-29		2	
30-34		9	
35-39		11	
40-44		13	
45-49		8	
50-54		7	
55-59		6	
60-64		3	
รวม		60	

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จุดกึ่งกลางชั้น	ความถี่	จุดกึ่งกลางชั้น × ความถี่
20-24	22	1	22
25-29	27	2	54
30-34	32	9	288
35-39	37	11	407
40-44	42	13	546
45-49	47	8	376
50-54	52	7	364
55-59	57	6	342
60-64	62	3	186
รวม		60	2,585

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{2,585}{60}$$

$$= 43.08$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ 43.08

เฉลย บทที่ 10 เรื่องความน่าจะเป็น

แบบฝึกหัดที่ 1

1. ให้ผู้เรียนพิจารณาการทดลองสุ่มต่อไปนี้ว่าผลจากการทดลองสุ่มอาจเป็นอย่างไรบ้าง

1.1 อาจได้ หัว หรือ ก้อย

1.2 อาจได้หัวทั้ง 2 เหรียญ หรือได้ หัว และ ก้อย หรืออาจได้ก้อยทั้งสองเหรียญ

1.3 อาจได้ลูกปิงปองสีเหลืองสองลูก หรือสีเหลือง 1 ลูกและสีแดง 1 ลูก

2. จงเขียนผลที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดจากการหมุนแป้นวงกลมที่มีหมายเลข 1 และ 2 แล้วมาโยนเหรียญบาท 1 อัน

ตอบ H,1 H,2 T,1 T,2

3. จงเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการหยิบสลาก 1 ใบ จากสลากที่เขียนหมายเลขตั้งแต่ 10 ถึง 20 ไว้

ตอบ 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

แบบฝึกหัดที่ 2

1. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงเขียน

1.1 1, 2, 3, 4, 5, 6

1.2 1, 2, 3, 4, 5

1.3 3, 6

2. ทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง จงเขียน

2.1 $\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),$

$(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),$

$(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),$

$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),$

$(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),$

$(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

2.2 (2,6), (3,5), (4,4), (5,3) (6,2)

2.3 (4,6), (5,5), (5,6), (6,4), (6,5), (6,6)

2.4 (1,1), (1,2), (2,1)

2.5 (1,1), (1,3), (1,5), (2,1), (2,2), (2,4), (2,6), (3,1), (3,3), (3,5), (4,2), (4,4), (4,6),

(5,1), (5,3), (5,5), (6,2), (6,4), (6,6)

2.6 ไม่มี หรือ เป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้

3. จากการสอบถามถึงปกรายงานที่ผู้เรียนชอบ 2 สี ในจำนวน 5 สี คือ สีขาว สีฟ้า สีชมพู สีเขียว และสีเหลือง จงเขียน

3.1 (สีขาว,สีฟ้า), (สีขาว,สีชมพู), (สีขาว,สีเขียว), (สีขาว,สีเหลือง), (สีฟ้า,สีชมพู), (สีฟ้า,สีเขียว), (สีฟ้า,สีเหลือง), (สีชมพู,สีเขียว), (สีชมพู,สีเหลือง), (สีเขียว,สีเหลือง)

3.2 (สีขาว,สีฟ้า), (สีขาว,สีชมพู), (สีฟ้า,สีชมพู), (สีฟ้า,สีเขียว), (สีฟ้า,สีเหลือง), (สีชมพู,สีเขียว), (สีชมพู,สีเหลือง)

แบบฝึกหัดที่ 3

1. $\frac{5}{10}$

2. $\frac{1}{6}$

3. $\frac{5}{7}$

4. $\frac{1}{52}$

5. $\frac{26}{52}$

6. $\frac{6}{36}$

7. ไม่มี

8. 100 ใบ

9. $\frac{1}{4}$

10. $\frac{6}{12}$

แบบฝึกหัดที่ 4

จากโจทย์ต่อไปนี้ให้นักเรียนตอบว่าใครได้เปรียบ

1. ให้นักเรียนทำลูกบาศก์หนึ่งลูกแล้วเขียนเลข 1 ที่หน้าหนึ่งของลูกบาศก์ เขียนเลข 2 ที่หน้าอีกสองหน้า ส่วนอีกสามหน้าที่เหลือเขียน 3 ใช้กติกาต่อไปนี้ตัดสินการแพ้ ชนะ เสมอในการโยนลูกบาศก์ที่ทำขึ้นนี้คนละครั้ง

1.1 ไม่มีใครได้เปรียบเสียเปรียบ

1.2 ผู้เล่นคนที่สองได้เปรียบ

คณะผู้จัดทำ

ที่ปรึกษา

- | | |
|----------------------------|--|
| 1. นายประเสริฐ บุญเรือง | เลขานุการ กศน. |
| 2. ดร.ชัยยศ อิ่มสุวรรณ์ | รองเลขานุการ กศน. |
| 3. นายวัชรินทร์ จำปี | รองเลขานุการ กศน. |
| 4. ดร.ทองอยู่ แก้วไทรสะอาด | ที่ปรึกษาด้านการพัฒนาหลักสูตร กศน. |
| 5. นางรักษณา ตันทงทไธ | ผู้อำนวยการกลุ่มพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน |

ผู้เขียนและเรียบเรียง

- | | |
|-------------------------------|----------------|
| 1. นายไชโย ม่วงบุญมี | ข้าราชการบำนาญ |
| 2. นางสาวกรรณา ตติยรัตนารักษ์ | ข้าราชการบำนาญ |

ผู้บรรณาธิการ และพัฒนาปรับปรุง

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| 1. นายชุมพล หनुสง | ข้าราชการบำนาญ |
| 2. นายไชโย ม่วงบุญมี | ข้าราชการบำนาญ |
| 3. นางสาวสรีนทร นาคคุ้ม | สำนักงาน กศน. จ.สมุทรสาคร |
| 4. นางสาวปิยิฮาร่า สะมัท | สำนักงาน กศน. จ.สมุทรสาคร |
| 5. นางพรทิพย์ กล้ารบ | กลุ่มพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน |
| 6. นายสุรพงษ์ มั่นมะโน | กลุ่มพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน |

คณะทำงาน

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------|
| 1. นายสุรพงษ์ มั่นมะโน | กลุ่มพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน |
| 2. นายศุภโชค ศรีรัตนศิลป์ | กลุ่มพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน |
| 3. นางสาววรรณพร ปัทมานนท์ | กลุ่มพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน |
| 4. นางสาวศรีบุญญา กุลประดิษฐ์ | กลุ่มพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน |
| 5. นางสาวเพชรินทร์ เหลืองจิตวัฒนา | กลุ่มพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน |

ผู้พิมพ์ต้นฉบับ

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| นางสาวเพชรินทร์ เหลืองจิตวัฒนา | กลุ่มพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน |
|--------------------------------|-------------------------------|

ผู้ออกแบบปก

- | | |
|------------------------|-------------------------------|
| นายศุภโชค ศรีรัตนศิลป์ | กลุ่มพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน |
|------------------------|-------------------------------|